IBN-KHALDOUN UNIVERSITY of TIARET
Faculty of Material Sciences
Department of Physics
Duration: 2 hours

Year: 2025-2026
Date: 04-02-2026
2nd Year Physics

Module Exam: Vibrations and Waves

Exercise 1 (6 pts)

Give the generalized coordinates (N), the constraints (R), and the number of degrees of freedom (d) of a particle system oscillating in the hollow of a parabolic slide.

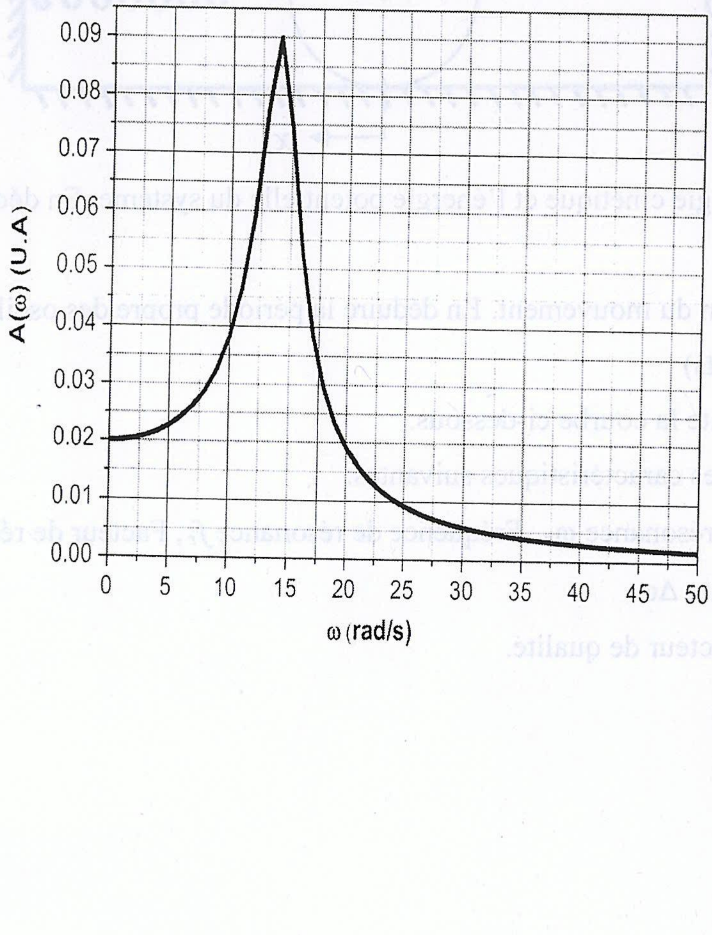
Exercise 2 (8 pts)

We consider the following oscillatory system:
A cylinder of mass M and radius R rolls without slipping, meaning that when it rotates by an angle θ, its center of mass moves by a distance x. The moment of inertia of the cylinder is $J = \frac{1}{2} M R^2$

1) Determine the kinetic energy and the potential energy of the system. Deduce the Lagrangian.
2) Find the equation of motion. Deduce the natural period of oscillations.

Exercise 3 (6 pts)

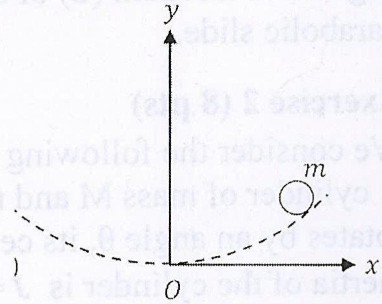
What does the curve below represent?
Determine the following characteristics:
Resonance angular frequency ωr, resonance frequency fr, resonance factor FR, and band width.
Find the quality factor.



Examen de module : Vibrations et Ondes

Exercice n° 1 : (6 pts)

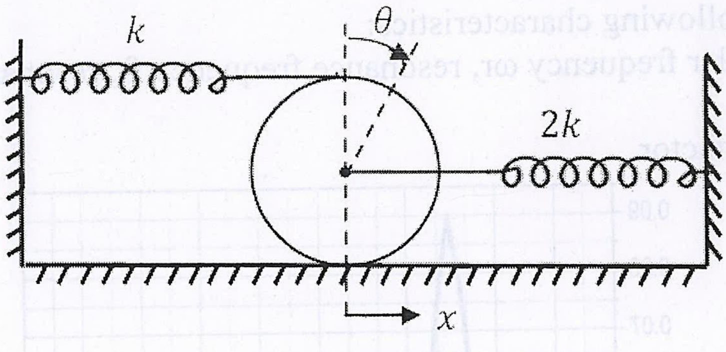
Donner les coordonnées généralisées (N), les liaisons (R) et le nombre de degrés de liberté (d) d'un système de particule oscille dans le creux d'une glissoire parabolique.



Exercice n° 2 : (8 pts)

On considère le système oscillatoire suivant :

Un cylindre de masse M et de rayon R roule sans glisser, c'est-à-dire que lorsqu'il tourne de θ , son centre de gravité se déplace de x . Le moment d'inertie du cylindre est: $J = \frac{1}{2}\ M\ R^2$



1- Déterminer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système. En déduire le lagrangien.

2- Trouver l'équation du mouvement. En déduire la période propre des oscillations.

Exercice n° 3 : (6 pts)

1- Que représente la courbe ci-dessous.

2- Déterminer les caractéristiques suivantes:

Pulsation de résonance ω_r , Fréquence de résonance f_r , Facteur de résonance FR et bande passante $\Delta\omega$.

Trouver le facteur de qualité.

Corrigé d'examen N°1

Vibrations et ondes

Exercice 01 :

Particule oscille dans le creux d'une glissoire parabolique:

d = N - R

N = 2 : nous avons 2 coordonnées x et y.

R = 1 : nous avons une seule liaison puisque la masse se déplace le long d'une parabole.

$y = a.\, x^2$

donc : d = 2 - 1 = 1 ddl

Exercice 02 :

1- Energies cinétique et potentielle du système :
- Energies cinétique :

$$T = T_{Translation} + T_{Rotation}$$

$$T = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}M\,R^2\,\dot{\theta}^2$$

On a :

$$x = R\theta \Rightarrow \dot{x} = R\dot{\theta} \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{\dot{x}}{R}$$

d'où :

$$T = \frac{2}{4}M\dot{x}^2 + \frac{1}{4}M\dot{x}^2 = \frac{3}{4}M\dot{x}^2$$

- Energies potentielle :

$$U = U_e = U_k + U_{2k}$$

$U_k = \frac{1}{2}k(2x)^2$ Rotation de θ et translation de x, $x = R\theta$, donc le ressort de raideur k s'allonge de $x + R\theta = 2x = 2R\theta$

$U_{2k} = \frac{1}{2}2k(x)^2$ Le ressort de raideur $2k$ se comprime de $x = R\theta$

d'où :

$$U = 2kx^2 + kx^2 = 3kx^2$$

Lagrangien

$$L = T - U = \frac{3}{4}M\dot{x}^2 - 3kx^2$$

2 - Equation du mouvement

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \frac{3}{2}M\dot{x}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = \frac{3}{2}M\ddot{x}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -6kx$$

d'où :

$$\frac{3}{2}M\ddot{x} + 6kx = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{4k}{M}x = 0$$

- Période propre des oscillations :

L'équation du mouvement s'écrit sous la forme :

$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$, tel que :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4k}{M}}$$

On a :

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\,\pi}{\omega_0}$$

d'où :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{M}{4k}}$$

Exercice 4

1- La courbe présente le phénomène de résonance.

2-

- Pulsation de résonance :

$\omega_r = 13\ rad/s$

- Fréquence de résonance :

$\omega_r = 2\pi f_r$

$$\Rightarrow f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} = \frac{13}{2\pi} = 2.07\ Hz$$

- Facteur de résonance :

$$FR = \frac{A(\omega_r)}{A(0)} = \frac{0.09}{0.02} = 4.5$$

- Bande passante :

$B = \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$

où : ω_1 et ω_2 vérifient

$$A(\omega_1) = A(\omega_2) = \frac{A(\omega_r)}{\sqrt{2}} = \frac{0.09}{\sqrt{2}} = 0.06$$

d'où : $B = 16 - 12 = 4\ rad/s$

3- Facteur de qualité :

$$Q = \frac{\omega_r}{\Delta\omega} = \frac{13}{4} = 3.25$$