

Nom	Prénom	Signature
------------	---------------	------------------

Questions Générales (6 pts)

- Dans les algorithmes de Monte Carlo, quel est la différence entre la méthode d'échantillonnage par importance et la méthode de Markov Chain ?
- Lier chaque condition à son équation appropriée :

Condition de Neumann •	• $\partial u / \partial x = 0$
Condition initiale •	• $u(0, t) = 20$
Condition de Robin •	• $au + b(\partial u / \partial x) = h$
Condition de Dirichlet •	• $u(x, 0) = 20$
- C'est quoi la différence entre une résolution implicite et une résolution explicite de l'équation différentielle de la chaleur ?
- Identifier et expliquer brièvement le rôle des principaux paramètres intervenant dans un modèle épidémiologique de type SIR ?

Eqs Différentielles (6 pts)

- Remplissez le tableau ci-coté.
- Les équations 1 et 2 forment un système couplé ou non ?
- Les équations 2 et 5 forment un système couplé ou non ?
- Quel est le type des équations 3 et 6 ?

Equation	Ordre	Linéaire ✓ ou X	Homogène ✓ ou X	Ordinaire / Partielle
$\frac{d^2y}{dx^2} + \cos(x) \frac{dy}{dx} = e^x$				
$v \frac{du}{dx} = u^2$				
$\frac{\partial u}{\partial t} = u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$				
$\sin(x) \frac{d^2y}{dx^2} + x^6 \frac{d^5y}{dx^5} = y \ln(x)$				
$\frac{dv}{dx} + ve^x = \frac{d}{dx} \left(x^2 \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 \right)$				
$\nabla^2 f - 5x + \sin^2(f) = 0$; $f(x, y)$				

Monte Carlo (8 pts)

On considère des particules pulvérisées de manière uniforme dans une zone de radiation rectangulaire 6x6 μm contenant une tumeur ayant le contour d'une ellipse.

Faite un algorithme de Monte Carlo qui donne :

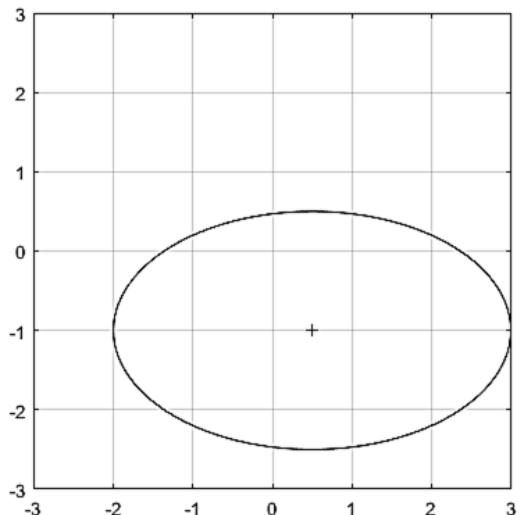
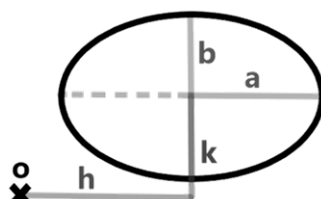
- Le nombre de particule dans et en dehors de la tumeur.
- La probabilité qu'une particule soit pulvérisée à l'intérieur de la tumeur selon la méthode de Monte Carlo et aussi analytiquement.
- Pour que l'erreur de Monte Carlo soit $\leq 1\%$, combien de nombre de particules N doivent être pulvérisées.

La surface de l'ellipse est :

$$\pi ab$$

L'équation de l'ellipse est :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



Solution

Questions Générales (6 pts)

- Dans les algorithmes de Monte Carlo, quel est la différence entre la méthode d'échantillonnage par importance et la méthode de Markov Chain ? Voir PDF Simulation Monte Carlo (Avancée).
- Lier chaque condition à son équation appropriée :

Condition de Neumann	•	→	$\partial u / \partial x = 0$
Condition initiale	•	→	$u(0, t) = 20$
Condition de Robin	•	→	$au + b(\partial u / \partial x) = h$
Condition de Dirichlet	•	→	$u(x, 0) = 20$
- C'est quoi la différence entre une résolution implicite et une résolution explicite de l'équation différentielle de la chaleur ? Voir PDF Cours.
- Identifier et expliquer brièvement le rôle des principaux paramètres intervenant dans un modèle épidémiologique de type SIR ? Voir PDF Cours.

Eqs Différentielles (6 pts)

- I. Tableau.
- II. Non. Pas de variables dépendantes communes.
- III. Oui. Il y a des variables dépendantes communes.
- IV. $\det(\text{Eq.3}) = 0 \rightarrow$ Parabolique
 $\det(\text{Eq.6}) < 0 \rightarrow$ Elliptique

Equation	Ordre	Linéaire ✓ ou X	Homogène ✓ ou X	Ordinaire / Partielle
$\frac{d^2y}{dx^2} + \cos(x) \frac{dy}{dx} = e^x$	2	✓	X	O
$v \frac{du}{dx} = u^2$	1	X	✓	O
$\frac{\partial u}{\partial t} = u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$	2	X	✓	P
$\sin(x) \frac{d^2y}{dx^2} + x^6 \frac{d^5y}{dx^5} = y \ln(x)$	5	✓	✓	O
$\frac{dv}{dx} + ve^x = \frac{d}{dx} \left(x^2 \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 \right)$	3	X	✓	O
$\nabla^2 f - 5x + \sin^2(f) = 0$; $f(x, y)$	2	X	X	P

Monte Carlo (8 pts)

Correction su script donné.

Le nombre d'atome dans l'ellipse est ≈ 638

Le nombre d'atome en dehors de l'ellipse est ≈ 1362

La probabilité selon la méthode MC est ≈ 0.3190

La probabilité analytiquement est 0.3272

L'erreur est ≈ 0.0082

Si on lance le calcul à nouveau on peut avoir une erreur plus grande. Donc pour que l'erreur soit fort probablement $\leq 1\%$, il faut environ 10 000 particule.

