



EMD du Module : Physique des Semi-conducteurs
Durée : 02H00

EXERCICE 01

- A/1-Donner la raison pour laquelle la densité des porteurs générés par excitation lumineuse ne peut que se stabiliser dans le temps.
- 2-Qu'est-ce qu'un régime de faible injection ? comment s'écrit le taux de recombinaison des électrons dans un SC de type P dans un tel régime ? Ecrire l'équation différentielle régissant l'évolution de nombre de porteurs en excès dans ce cas.
- 3- quelle sera, en régime permanent, la densité d'électrons créés en excès Δn si le taux de génération est de $3,5 \cdot 10^{20} \text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}$ et la durée de vie des électrons est de $10 \mu\text{s}$?
- 4- comment évolue cette densité en supprimant l'excitation ? Conclure.

EXERCICE 02

- 1- Rappeler pour un volume unitaire, l'expression de la densité d'états d'un gaz d'électrons libres.
- 2.a. En tenant compte, du fait que, les électrons dans la bande conduction se comportent comme des électrons libres affectés d'une masse effective m_e^* , donner, en fonction de E_f , E_g et m_e^* , l'expression du nombre d'électrons qui, à la température T, se trouvent dans la bande de conduction (supposée semi infinie). Montrer que le résultat peut être mis sous la forme :
- $$n = N_C \cdot \exp\left(\frac{E_g - E_f}{kT}\right). \text{ On rappelle que } \int_0^\infty \sqrt{x} e^{-x} = \sqrt{\pi}/2. \text{ Expliciter } N_C.$$
- 2.b. Quelle est pour les électrons la probabilité de présence d'un trou dans la bande valence ? Que devient cette expression quand l'inégalité $\left(\frac{E_f}{kT}\right) \gg 1$ est satisfaite ? En déduire le nombre de trous situés dans la bande de valence supposée semi infinie, en tenant compte du fait que les trous se comportent comme des charges positives libres ayant une masse effective m_i^* .
- Montrer que le résultat peut être mis sous la forme : $p = N_V \cdot \exp\left(\frac{-E_f}{kT}\right)$. Expliciter N_V
- 2.c. Evaluer le produit n.p (loi d'action de masse) et montrer que ce produit est indépendant de E_f .
- 3.a. Comparer dans le cas où le semi-conducteur est intrinsèque, la concentration n à la concentration p.
- 3.b. Exprimer la loi de variation de n (ou p) en fonction de T et E_g .
- 3.c. En déduire en fonction E_g , m_i^* et m_e^* , l'expression de E_f .
- 3.d. On désigne par μ_n et μ_p la mobilité respective des deux types de porteurs de charges (électrons et trous). Donner l'expression de la conductivité électrique σ d'un tel semi-conducteur. Exprimer la loi de variation de σ avec la température sachant que les mobilités varient en $T^{-3/2}$. Représenter la courbe $\ln(\sigma) = f(1/T)$ dans le cas du germanium et du silicium après avoir évalué cette grandeur à 300°K . On donne le Silicium : $\mu_n = 1350 \text{ cm}^2/\text{V.s}$ et $\mu_p = 480 \text{ cm}^2/\text{V.s}$, $E_g = 1,12\text{eV}$, $m_e^* = 1,06 \cdot m_e$, $m_h^* = 0,59 \cdot m_e$, $N_C = 2,7 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$ $N_V = 1,1 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$.
- 4.a. Le semiconducteur est dopé jusqu'à ce que le niveau de Fermi atteigne la position 0.28 eV au-dessous du bas de la bande de conduction. Quel est le type du semiconducteur dans ce cas ? Justifier votre réponse (tracer un schéma de bandes simplifié).
- Calculer les densités n et p des électrons et des trous respectivement- Comparer ces deux valeurs. Votre réponse à la question (4-a) est-elle justifiée alors ? En déduire la densité des dopants (donneurs ou accepteurs).

**Corrigé de l'EMD de Physique des composants à semiconducteurs
Niveau M1 PM – A.U : 2025-2026**

Exercice 01 (05,50 points)

A/1-L'excès des porteurs générés par excitation lumineuse augmente progressivement avec le temps jusqu'à ce que les porteurs de charges trouvent un nombre suffisant de leurs vis-à-vis pour se recombiner ce qui fait stabiliser la densité de ces porteurs dans le temps. → (01.00)

2- Un régime de faible injection est caractérisé par une densité de porteurs créés en excès ($\Delta n = \Delta p$) largement inférieure à la densité des porteurs majoritaires prise à l'équilibre (n_0 ou p_0). → (0.50) Dans le cas d'un SC de type p, le taux de recombinaison des électrons dans un tel régime est $r_n = \Delta n / \tau_n$ où τ_n est la durée de vie des électrons → (0.50). L'équation différentielle qui traduit la variation dans le temps de cette densité (Δn) est régie par la différence entre le taux de génération g_n et le taux de recombinaison r_n : → (01.00)

$$\frac{dn}{dt} = g_n - r_n \Leftrightarrow \frac{d(\Delta n)}{dt} = g_n - \frac{\Delta n}{\tau_n}$$

3- En régime permanent : ($\frac{d(\Delta n)}{dt} = 0$) ce qui veut dire que $\Delta n = g_n \cdot \tau_n = 3,5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. → (01.00)

4- En supprimant l'excitation ($g_n = 0$) : l'équation différentielle devient → (01.00)

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau_n} \Rightarrow \frac{d(\Delta n)}{\Delta n} = -\frac{dt}{\tau_n}$$

Cette équation différentielle admet comme solution : $\Delta n = \Delta n_0 e^{-t/\tau_n}$ avec $\Delta n_0 = \Delta n(t = 0)$ est la densité initiale au moment de suppression de l'excitation $\Delta n_0 = g_n \cdot \tau_n$. Alors L'excédent d'électrons décroît exponentiellement avec une constante de temps τ_n . → (0.50)

Exercice 02 (14.50 points)

Dans cet exercice, le semiconducteur est non dégénéré avec $E_v = 0 \Rightarrow E_c = E_g$.

-1- L'expression de la densité d'états dans un gaz d'électrons libres de masse m_e :

$$g(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{3/2} E^{1/2} \rightarrow (0.50)$$

2-a. Pour les électrons de la bande de conduction délimitée par son minimum $E_c = E_g$: quasi-particules libres de masse m_e^* : la densité d'états, par analogie, est donnée par :

$$N_c(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_g)^{1/2}$$

La densité n des électrons sera calculée comme suit :

$$n = \int_{E_g}^{\infty} f_n(E, T) \cdot N_c(E) dE$$

Pour un semiconducteur non dégénéré l'expression de $f_n(E)$ (voir exercice 01) se simplifie en $f_n(E, T) \approx \exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right)$, Puisque : $(E - E_g)$ est de l'ordre de quelques $(k_B T)$ et par conséquent $\exp\left(\frac{E - E_g}{kT}\right) \gg 1$. E étant l'énergie du niveau occupé par un électron dans la B.C.

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_{E_g}^{\infty} \exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right) (E - E_g)^{1/2} dE \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{E_F - E_g}{kT}\right) \int_{E_g}^{\infty} \exp\left(\frac{E_g - E}{kT}\right) (E - E_g)^{1/2} dE = N_c \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_g}{kT}\right) \end{aligned}$$

Avec :

$$N_c = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_{E_g}^{\infty} \exp\left(\frac{E_g - E}{kT}\right) (E - E_g)^{1/2} dE$$

Où N_c est la densité d'états équivalente dans la bande de conduction. L'intégrale est calculée de la même manière que dans l'exercice 01, on pose :

$$\begin{aligned} x &= \frac{(E - E_g)}{kT} \Rightarrow (E - E_g) = kTx \quad \dots dE = kT dx \\ E \rightarrow \infty &\Rightarrow x \rightarrow +\infty \quad \dots E = E_g \Rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

La densité N_c s'écrit finalement : $N_c = (kT)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty e^{-x} x^{\frac{1}{2}} dx$

L'intégrale $\int_0^\infty e^{-x} x^{\frac{1}{2}} dx = \sqrt{\pi}/2$ et on trouve :

$$N_c = \left(\frac{2\pi \cdot m_e^* \cdot kT}{\hbar^2}\right)^{3/2} \rightarrow (02.50)$$

2-b- Le calcul se fait de la même manière que dans l'exercice 01 avec $E_v = 0$:
la fonction de distribution des trous $f_p(E) = 1 - f_n(E)$. Ce qui donne après calcul :

$$f_p(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right)}$$

Dans le cas d'un semi-conducteur non dégénéré, où le niveau de Fermi est dans la bande interdite, on a toujours le terme $(E_f - E)$ qui est de l'ordre de quelques $(k_B T)$. E étant l'énergie du niveau occupé par un trou dans la B.V, on peut alors négliger le 1 devant l'exponentielle dans l'expression de $f_p(E)$. Alors la distribution des trous dans l'approximation de Boltzmann se simplifie : $f_p(E) \approx \exp(E - E_F)/kT$.

la densité p des trous dans le B.V sera

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} f_p(E, T) \cdot N_v(E) dE = p = \int_{-\infty}^0 f_p(E, T) \cdot N_v(E) dE$$

Par un calcul similaire à celui de la question 01, on peut démontrer que (développement de calcul nécessaire)

$$p = N_v \exp\left(\frac{-E_F}{kT}\right) \text{ avec } N_v = \left(\frac{2\pi \cdot m_h^* \cdot kT}{\hbar^2}\right)^{3/2} \rightarrow (02.50)$$

2-c. Le produit $n \cdot p$ donnée par la formule ci-dessous est indépendant de E_F (position du niveau de Fermi) :
 $n \cdot p = N_c \cdot N_v \exp\left(\frac{-E_g}{kT}\right) \rightarrow (0.50)$

3-a. Pour un semiconducteur intrinsèque (pur), la densité d'électrons dans la bande de conduction est égale à la densité des trous dans la bande de valence (ces deux particules sont créées par paires). Cette densité de paires créées est appelée densité intrinsèque de porteurs de charges notée n_i , on écrit alors $n = p = n_i$.

3-b. Pour ce type de semiconducteur la loi d'action de masse s'écrit $n \cdot p = n_i^2 = N_c \cdot N_v \exp\left(\frac{-E_g}{kT}\right)$

ce qui donne $n = p = n_i = (N_c \cdot N_v)^{1/2} \exp\left(\frac{-E_g}{2kT}\right) \rightarrow (0.50)$

3-c. Pour trouver la position du niveau de Fermi pour un semi-conducteur intrinsèque on reprend l'égalité

$$n = p \Leftrightarrow N_v \exp\left(\frac{-E_F}{kT}\right) = N_c \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_g}{kT}\right)$$

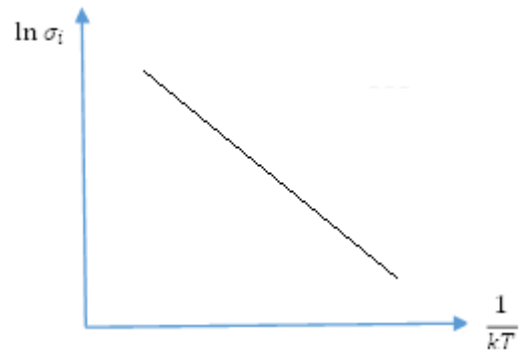
$$\ln\left(\frac{N_v}{N_c}\right) = \frac{2E_F + E_g}{kT} \Rightarrow E_F = \frac{E_g}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_v}{N_c}\right) = \frac{E_g}{2} + \frac{3kT}{4} \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right) \rightarrow (01.00)$$

3-d. La conductivité électrique σ d'un semiconducteur est donnée par : $\sigma = \sigma_n + \sigma_p = ne\mu_n + pe\mu_p$ Alors, dans le cas d'un semiconducteur intrinsèque, la conductivité électrique $\sigma_i = n_i e \mu_n + n_i e \mu_p = n_i e (\mu_n + \mu_p) \rightarrow (0.50)$

la loi de variation de σ_i avec la température :

Si les mobilités μ varient en $T^{-3/2}$: le terme $(\mu_n + \mu_p)$ varie aussi en $T^{-3/2}$: $(\mu_n + \mu_p) = C_1 \cdot T^{-3/2}$. Il nous reste le terme $n_i = (N_c \cdot N_v)^{1/2} \exp\left(\frac{-E_g}{2kT}\right)$: on sait que les termes $N_c = C_2 \cdot T^{3/2}$ et $N_v = C_3 \cdot T^{3/2}$ (voir les expressions de N_c et N_v). $(N_c \cdot N_v)^{1/2} = (C_2 \cdot C_3)^{1/2} T^{3/2} = C_4 \cdot T^{3/2}$. Remplaçons toutes ces lois de variation dans l'expression de σ_i , on trouve $\sigma_i = C_4 \cdot T^{3/2} \exp\left(\frac{-E_g}{2kT}\right) \cdot e \cdot C_1 \cdot T^{-\frac{3}{2}} = C_5 \cdot \exp\left(\frac{-E_g}{2kT}\right)$. On dit que la fonction σ_i est proportionnelle à $\exp\left(\frac{-E_g}{2kT}\right)$. $\ln \sigma_i = \ln C_5 - \frac{E_g}{2kT}$. Alors si on veut tracer la fonction $\sigma_i = f(1/T)$, nous aurons une droite de pente égale à $(-E_g/2k)$. La représentation de la courbe $\ln \sigma_i(\sigma_i)$ est représentée schématiquement sur la figure ci-dessus. $\rightarrow (02.00)$

Pour le calcul de σ_i à 300°K, on utilise la formule : $\sigma_i = n_i e (\mu_n + \mu_p)$



$$\sigma_{i(Si)}(300^\circ K) = 10^{10} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} (1350 + 480) = 2,93 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1} cm^{-1} \rightarrow (0.50)$$

4. L'élévation du niveau de Fermi peut être due à l'existence d'impuretés peu profondes qui sont des donneurs dans ce cas. Chaque atome donneur de valence égale à 5 e position de substitution développe 4 liaisons covalentes avec les atomes Si proches voisins. Le 9^{ème} électron se trouve sur une orbitale délocalisée dans le champ de l'ion As⁺ à température ambiante, ce qui veut dire cet électron se trouve dans la BC à basses températures. En effet le niveau introduit par cet atome donneur d'électron est introduit dans la BI tout près du bas de la BC (E_d). alors le SC est dans ce cas de type N.

01,50

1- Calcul de n et de p: $n = N_c \exp\left(\frac{E_F - E_C}{KT}\right) = 2,7 \times 10^{19} \exp\left(\frac{-0,28}{26 \cdot 10^{-3}}\right) = 5,7 \cdot 10^{14} cm^{-3}$, $p = N_v \exp\left(\frac{E_V - E_F}{KT}\right)$

01.00

$$p = 1,04 \cdot 10^{19} \exp\left[\frac{-(1,12 - 0,28)}{26 \cdot 10^{-3}}\right] = 10^5 cm^{-3} \rightarrow (01.00)$$

On voit clairement que $n \gg p$ ce qui veut dire que le semi-conducteur est dopé n (avec des donneurs) en accord avec l'explication évoquée ci-dessus. La densité des atomes donneurs $N_d = n = 5,7 \cdot 10^{14} cm^{-3}$. $\rightarrow (0.50)$