



République algérienne démocratique et populaire

Ministère de l'enseignement supérieur

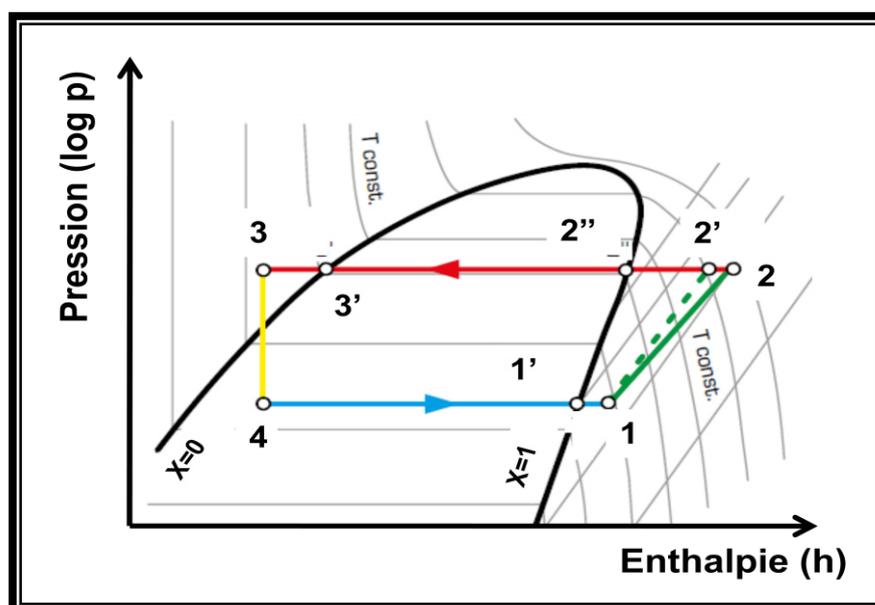
Et de la recherche scientifique



UNIVERSITÉ DE TIARET
FACULTÉ DES SCIENCES DE LA MATIÈRE
Annexe Sougureur

Cours et exercices résolus De la Thermodynamique Appliquée

Fait par : Dr. Khaled MAHI
Maître de conférences 'B'



Avant-propos

Cet ouvrage est le produit de l'expérience de trois années d'enseignement de la thermodynamique appliqué au niveau de l'annexe Sougueur, département de physique université de Tiaret. Il est destiné avant tout aux étudiants en science de la matière (3^{ème} année LMD physique énergétique). Il s'adresse aussi aux étudiants des autres paliers d'enseignement supérieur qui voudraient élargir leurs connaissances en thermodynamique.

Le contenu de ce manuscrit résume tout ce qu'un étudiant devrait connaître sur les principales notions et base de la thermodynamique dans le premier chapitre. Le deuxième chapitre est consacré à la théorie cinétique des gaz. Le troisième chapitre décrit les différents cycles thermodynamique, leurs transformation et l'expression du rendement. Le quatrième et le cinquième chapitre présente les machines thermiques et les machines frigorifiques. Cette présentation résulte de la lecture de nombreux ouvrages et documents dont la plupart ne sont pas cités dans la bibliographie.

Chaque chapitre a été consolidé par cinq d'exercices résolus pour approfondir la compréhension et tester le degré de maîtrise de chaque notion présentée auparavant.

En fin, nous souhaitons que cet ouvrage soit utile et servira de bonne référence, à toute personne, intéressée par l'étude de la thermodynamique.

Dr. Khaled MAHI

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	
Table des matières	01
Chapitre I : Rappels sur les notions de base de la thermodynamique	04
I-1 Système thermodynamique	04
I-2 Etat d'un système	05
I-3 Equations d'état du système	05
I-4 Fonctions d'état	07
I-5 Système en équilibre	07
I-6 Transformation d'un système	07
I-7 Représentation graphique d'une transformation	08
I-8 Principe zéro de la thermodynamique	08
I-9 Premier principe de la thermodynamique	09
I-9-1 La chaleur	09
I-9-2 Le travail (W)	10
I-10 Relation entre C_p et C_v (relation de Mayer)	12
I-11 Deuxième principe de la thermodynamique	13
I-12 Troisième principe de la thermodynamique	15
Exercices résolus	16
Chapitre II : Théorie cinétique des gaz	19
II-1 Hypothèses de la théorie cinétique des gaz	19
II-2 Distribution des vitesses	19
II-3 Vitesse quadratique moyenne	20
II-4 Pression cinétique	20
II-5 Energie cinétique	22
II-6 Loi d'état d'un gaz parfait	23
II-7 Energie interne	24
Exercices résolus	25

Chapitre III : Cycles thermodynamiques	28
III-1 Définition du Cycle	28
III-2 Cycle idéalises	28
III-3 Cycle de Carnot	28
III-3-1 Rendement du cycle de Carnot	29
III-3-2 Rendement en fonction de T_{Chaud} et T_{Froid}	29
III-4 Cycle de Beau Rochas (OTTO)	29
III-4-1 Rendement du cycle d'Otto	30
III-5 Cycle de Diesel	31
III-5-1 Rendement du Cycle Diésel	31
III-6 Cycle de Joule	32
III-6-1 Rendement du cycle de Joule	32
III-7 Cycle de Stirling	33
III-8 Cycle de Brayton	34
Exercices résolus	36
Chapitre IV : Machines thermiques	41
IV-1 Machines thermiques	41
IV-1-1 Machines thermiques motrices	41
IV-1-2 Machines thermiques réceptrices	41
IV-2 Evolution d'un fluide dans une machine thermique	42
IV-3 Machine à vapeur	42
IV-3-1 Diagramme entropique	44
IV-3-2 Cycles des machines à vapeur (Rendement)	45
IV-3-2 -a Cycle de Carnot	45
IV-3-2-b Cycle de Rankine	45
IV-3-2-c Cycle de Hirn	45
IV-3-2-d Cycle à resurchauffe (double surchauffe)	46
IV-3-2-e Cycle à double resurchauffe (triple surchauffe)	46

IV-4	Moteurs à combustion interne	46
IV-4-1	Cycle Otto (moteur à essence)	47
IV-4-2	Cycle diesel (cycle a injection)	47
IV-4-3	Cycle semi Diesel (cycle mixte)	47
IV-5	Turbines à gaz	48
IV-5-1	Rendement de la turbine à gaz	49
	Exercices résolus	50
 Chapitre V : Machines frigorifiques		54
V-1	Machines dynamo-thermiques	54
V-2	Machines frigorifiques	54
V-3	Efficacité d'une machine frigorifique (Coefficient de performance)	55
V-4	Fluides frigorigènes	56
V-4-1	Fluides frigorigènes de substitution	56
V-4-1-a	Dérivés halogènes à ODP (PDO) nul	56
V-4-1-b	Fluides frigorigènes à ODP nul et faible GWP	57
V-4-2	Propriétés souhaitables pour les fluides	57
V-5	Cycle frigorifique	57
V-5-1	Cycle frigorifique dans le diagramme (log(p), h)	58
V-6	Pompe à chaleur (PAC)	59
V-6-1	Coefficient de performance	60
	Exercices résolus	61
 Références Bibliographiques		63

Chapitre I

Rappels sur les notions de base de la thermodynamique

La thermodynamique est une branche fondamentale de la physique qui traduit le rapport entre les phénomènes thermique et dynamiques. Le mot thermodynamique est composé de deux parties :

- Le mot **thermo** qui signifie la chaleur (température).
- Le mot **dynamique** qui signifie le travail (mouvement).

L'objet de la thermodynamique :

- Etude des différentes formes d'énergie et des possibilités de la conversion entre elles.
- Etude de l'évolution d'un système en fonction des échanges d'énergie.

I-1 Système thermodynamique

Un système thermodynamique est une partie de l'espace limitée par une frontière fermée réelle ou fictive et soumise à des études théoriques ou expérimentales.

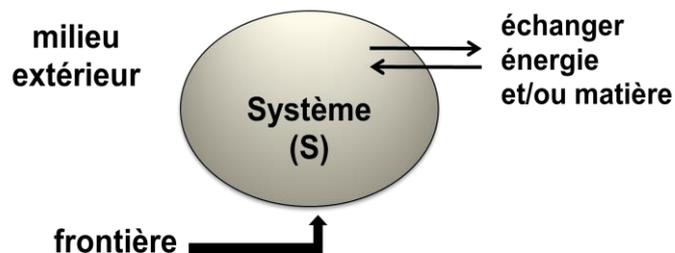


Figure I-1: Système thermodynamique.

On distingue trois types de systèmes :

- **Système fermé** : peut échanger de l'énergie mais pas de matière avec le milieu extérieur.
- **Système ouvert** : peut échanger de l'énergie et de la matière avec le milieu extérieur.
- **Système isolé** : ne peut échanger ni énergie ni matière avec le milieu extérieur.

I-2 Etat d'un système

L'état d'un système est défini ou décrit par des paramètres thermodynamiques mesurables (température, pression, volume, nombre de moles, champ électrique, champ magnétique...) dites des **variables d'état**.

Les variables d'état sont classées en deux catégories :

Variables intensives : Indépendantes de la quantité de matière (pression P , la masse volumique ρ et la température T ...).

Variables extensives : Proportionnelles à la quantité de matière (masse m , le volume V , énergie interne U , enthalpie H ...)

I-3 Equations d'état du système

Les variables d'état sont liées entre elles par une relation du type $f(P, V, T) = 0$ dites équations d'état.

Exemple : Equation d'état d'un gaz parfait est : $PV = nRT$

Avec P : pression (Pa)

V : volume (m^3)

n : nombre de mole (mole)

R : constante des gaz parfaits (J/mol.K)

T : température (K)

Dans l'équation d'état des gaz parfaits, chaque variable d'état dépend des deux autres variables :

$$\begin{array}{ccc}
 & f(P, V, T) = 0 & \\
 \swarrow & & \searrow \\
 P = P(V, T) & & V = V(P, T) \\
 & & \downarrow \\
 & & T = T(V, P)
 \end{array}$$

Propriétés mathématique : Différentielle totale exacte

Soit une fonction f à deux variables x et y , la différentielle de f est définie par :

$$df(x, y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_x dy$$

$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_y$: La dérivée partielle de f par rapport à x pour y constant.

$\left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_x$: La dérivée partielle de f par rapport à y pour x constant.

Les trois variables d'état P , V et T on peut écrire les différentielles dV , dP et dT comme suit :

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP$$

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P dV + \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V dP$$

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T dV$$

Pour P constant nous avons $dP=0$ alors :

$$\left. \begin{array}{l} dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT \Rightarrow \frac{dV}{dT} = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \\ dT = \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P dV \Rightarrow \frac{dT}{dV} = \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P \end{array} \right\} \rightarrow \frac{dV}{dT} \times \frac{dT}{dV} = 1 \Rightarrow \boxed{\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \times \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P = 1}$$

Pour T constant nous avons $dT=0$ alors :

$$\left. \begin{array}{l} dV = \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP \Rightarrow \frac{dV}{dP} = \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \\ dP = \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T dV \Rightarrow \frac{dP}{dV} = \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \end{array} \right\} \rightarrow \frac{dV}{dP} \times \frac{dP}{dV} = 1 \Rightarrow \boxed{\left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \times \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = 1}$$

Pour V constant nous avons $dV=0$ alors :

$$\left. \begin{array}{l} dT = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V dP \Rightarrow \frac{dT}{dP} = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V \\ dP = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dT \Rightarrow \frac{dP}{dT} = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \end{array} \right\} \rightarrow \frac{dT}{dP} \times \frac{dP}{dT} = 1 \Rightarrow \boxed{\left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V \times \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = 1}$$

I-4 Fonctions d'état

Tout variable d'état dépend de l'état initial et l'état final et indépendant de chemin suivi dite fonctions d'état.

- Elles s'expriment en fonction des grandeurs d'état (P, V, T, \dots).
- La fonction d'état est une fonction extensive.
- Variation de la fonction d'état est une différentielle totale exacte ($dX = \Delta X = X_f - X_i$).

Exemples : U, H, S : Sont des fonctions d'états.

W, Q : Ne sont pas des fonctions d'états.

I-5 Système en équilibre

On dite un système thermodynamique est en état d'équilibre lorsque les variables d'état ne varient pas au cours du temps.

I-6 Transformation d'un système

Si un système S à l'état S_1 au temps t_1 passe à l'état S_2 au temps t_2 , on dit qu'il a subi une transformation. Les transformations peuvent être classées en deux catégories:

Transformation réversible : est une transformation théorique, constituée d'une suite continue d'état d'équilibre.

Transformation irréversible : est une transformation pour laquelle le passage du système de l'état initial à l'état final se fait en une (ou plusieurs) étape, mais sans retour à l'état initial.



Figure I-2 : Transformation d'un système de l'état 1 à l'état 2.

En thermodynamique il y a quatre transformations fondamentales :

- **Isochore** : transformation à volume constant ($V=Cte$).
- **Isobare** : transformation à pression constante ($P=Cte$).
- **Isotherme** : transformation à température constante ($T=Cte$).
- **Adiabatique** : transformation sans échange de chaleur avec l'extérieur ($Q=Cte$).

I-7 Représentation graphique d'une transformation

Les variations d'état du système sont représentées dans divers diagrammes. Dans la figure ci-dessous, nous avons représenté le diagramme le plus utilisé Clapeyron.

- Diagramme de Clapeyron (P, V)
- Diagramme d'Amagat (PV, P),
- Diagramme isentropiques (T, S),
- Diagramme (H, S)
- Diagramme de Mollier (P, H).

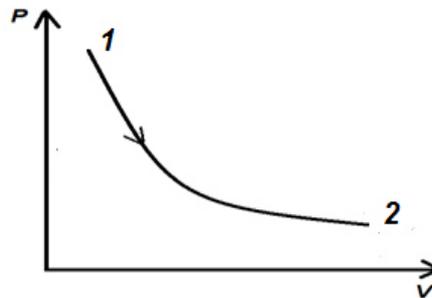


Figure I-3 : Diagramme de Clapeyron.

I-8 Principe zéro de la thermodynamique

Soit trois systèmes thermodynamiques A, B et C. L'énoncé du principe zéro de la thermodynamique dit que: Si le système A est en équilibre thermique avec B et A est également en équilibre thermique avec C, nous pouvons conclure que B est en équilibre thermique avec C.

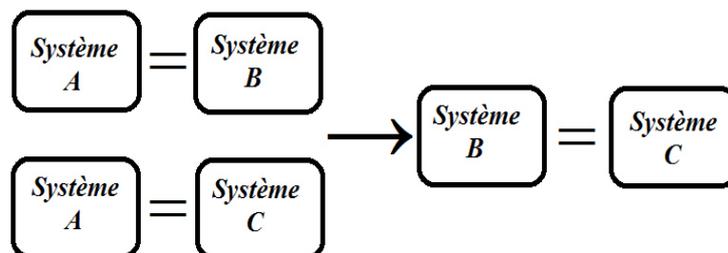


Figure I-4 : Représentation schématique du principe zéro de la thermodynamique.

I-9 Premier principe de la thermodynamique

Appelé aussi principe de conservation de l'énergie peut s'exprimer de plusieurs façons:

L'énergie d'un système se conserve (elle ne peut être ni créée, ni détruite, elle ne peut que se transformer).

Pour toutes les systèmes, l'échange de l'énergie entre eux se fait sous forme de transfert thermique (Q) et de travail (W) et il existe une fonction d'état conservative, appelée énergie interne et notée U , telle que $\Delta U = W + Q$ (ou $dU = \delta Q + \delta W$).

I-9-1 La chaleur

La chaleur est une forme d'énergie exprimée en [J] ou en k[cal]. On peut définir deux types de chaleurs distinctes:

La chaleur sensible : Est le transfert de l'énergie à cause de la différence de la température (ΔT). Pour une transformation infinitésimale :

$$dQ = C \times dT$$

C : La capacité calorifique (C est la chaleur nécessaire pour élever d'un degré la température d'une mole d'une substance). Elle est mesurée à pression constante (C_p) ou à volume constant (C_v).

On définit la capacité calorifique :

massique : $c_m = C/m$ donc $dQ = m c_m \times dT$

molaire : $c_n = C/n$ donc $dQ = n c_n \times dT$

La chaleur latente : Dans le cas d'un changement de phase (solide-liquide, liquide-vapeur) la quantité de chaleur échangée par un système s'écrit :

$$Q = m \times L$$

Où m : La masse de la substance.

L : La chaleur latente massique de changement de phase est exprimée en J/kg.

Il existe trois types de chaleurs latentes liées aux six changements d'état physiques :

L_s : La chaleur latente de sublimation.

L_v : La chaleur latente de vaporisation.

L_f : La chaleur latente de fusion.

I-9-2 Le travail (W)

Le travail est une autre forme d'énergie (énergie mécanique), exprimé en [J] ou en [cal]. Ce n'est pas une fonction d'état.

L'expression du travail pour le cas du déplacement d'un piston.

La force exercée par le gaz sur le piston est donné par :

$$F = P_{ext} S$$

Le travail fourni par le système au cours du déplacement (dl) est définie par :

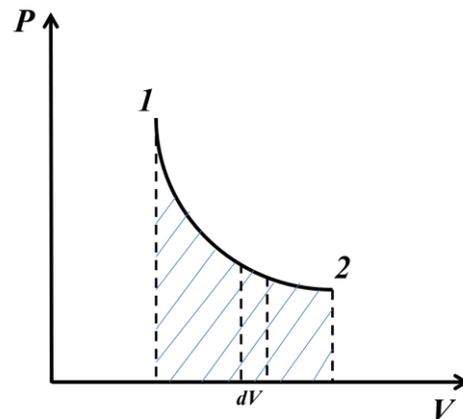
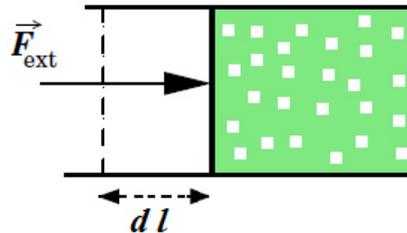
$$\delta W = P S dl \text{ avec } (dV = S dl)$$

Et d'après la convention de signe on obtient :

$$\delta W = -P_{ext} dV$$

Le travail effectué au cours d'une transformation finie sera alors obtenu en intégrant la relation précédente.

$$W = \int \delta W = - \int P_{ext} dV$$



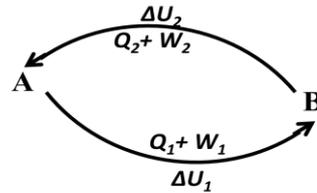
Cas particuliers:

- Transformation isochore $dV=0 \Rightarrow W=0$
- Transformation isobare $P=Cte \Rightarrow W=-P(V_2-V_1)$

Transformation cyclique

Au cours d'une transformation cyclique, le système revient à l'état initial:

$$\begin{aligned} \Delta U &= U_A - U_A = 0 = \Delta U_1 + \Delta U_2 \\ &= (Q_1 + W_1) + (Q_2 + W_2) = 0 \\ \Rightarrow (Q_1 + W_1) &= - (Q_2 + W_2) \\ \Rightarrow \Delta U_1 &= -\Delta U_2 \Rightarrow \Delta U_{AB} = -\Delta U_{BA} \end{aligned}$$



Transformation à volume constant

Le travail est nul : $\delta W = -P_{ext} dV = 0$. La variation d'énergie interne se réduit à la quantité de chaleur échangée:

$$dU = \delta Q = Q_V$$

Transformation adiabatique

Au cours d'une transformation adiabatique, un système ne peut pas échanger de chaleur avec le milieu extérieur ($\delta Q=0$) :

$$dU = \delta Q + \delta W = -P_{ext} dV$$

Transformation à pression constante: l'Enthalpie

A pression constante ($P=Cte$), la transformation élémentaire :

$$dU = \delta Q + \delta W = \delta Q - PdV$$

Pour une évolution entre deux états 1 et 2:

$$\begin{aligned} \Delta U &= U_2 - U_1 = Q_P - P\Delta V = Q_P - PV_1 + PV_2 \\ Q_P &= U_2 + PV_2 - (U_1 + PV_1) \end{aligned}$$

On définit donc :

$$H_2 = U_2 + PV_2$$

$$H_1 = U_1 + PV_1$$

Donc, la quantité de chaleur échangée sous pression constante est égale à la variation d'une nouvelle fonction, définie par : $H=U+PV$. Cette nouvelle fonction, appelée **enthalpie**, est une fonction d'état et extensive.

A $P=Cte$, il s'écrit dans une transformation élémentaire:

$$\delta Q_p = dH = dU + d(PV) = dU + PdV$$

I-10 Relation entre C_p et C_v (relation de Mayer)

Les capacités calorifiques C_p et C_v sont respectivement les dérivées de l'enthalpie et de l'énergie interne par rapport à la température:

$$C_p = \left(\frac{\delta Q}{\delta T} \right)_p = \frac{\delta Q_p}{\delta T} = \frac{dH}{dT}$$

$$C_v = \left(\frac{\delta Q}{\delta T} \right)_v = \frac{\delta Q_v}{\delta T} = \frac{dU}{dT}$$

Pour un gaz parfait $PV=nRT$ et l'enthalpie donné par:

$$dH = dU + d(PV) \Rightarrow C_p dT = C_v dT + d(nRT)$$

donc on obtient la relation de Mayer : $C_p - C_v = nR$

On déduit que pour un gaz parfait

$$dH = \frac{C_p}{C_v} dU \Rightarrow dH = \gamma dU$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} : \text{Constante adiabatique.}$$

A partir de la relation de Mayer et la constante adiabatique on obtient les formules:

$$C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$$

$$C_P = \gamma C_V = \frac{n\gamma R}{\gamma - 1}$$

Les lois de LAPLACE : Pour une évolution adiabatique ($\delta Q=0$) on a:

$$\left. \begin{array}{l} dU = dW = -PdV \\ dH = VdP = -\gamma dU \end{array} \right\} \Rightarrow VdP = -\gamma PdV \Rightarrow \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

Lors d'une transformation d'un point 1 (P_1, V_1, T_1) vers un point 2 (P_2, V_2, T_2) :

$$\int_1^2 \frac{dP}{P} = -\gamma \int_1^2 \frac{dV}{V} \Rightarrow \boxed{P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma = Cte} \quad \text{C'est la 1}^{\text{ère}} \text{ formule de LAPLACE}$$

A partir de l'équation des gaz parfaits $PV=nRT$ et la 1^{er} formule de LAPLACE on obtient :

$$2^{\text{ème}} \text{ formule de LAPLACE} \quad \boxed{T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} = Cte}$$

$$3^{\text{ème}} \text{ formule de LAPLACE} \quad \boxed{P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma = Cte}$$

I-11 Deuxième principe de la thermodynamique

Le premier principe qui stipule la conservation de l'énergie ne distingue pas entre des transformations possibles et impossibles, réversibles ou irréversibles. Il faut donc introduire un second principe qui permettra de prévoir les évolutions des systèmes et qui permet donc de préciser la nature d'une transformation (réversible, irréversible), à travers une nouvelle fonction d'état dite **entropie (S)**.

L'entropie S mesure le désordre d'un système, plus le désordre d'un système augmente plus l'entropie croît.

La variation d'entropie au cours d'une transformation élémentaire quelconque est donnée :

$$dS_{\text{système}} = dS_{\text{échangée}} + dS_{\text{généré}}$$

$$dS_{\text{système}} = \frac{\delta Q_{\text{échangée}}}{T} + \delta S_{\text{généré}}$$

$dS_{\text{échangée}}$: entropie d'échange entre le système et le milieu extérieur.

$\delta S_{\text{généré}}$: entropie créée à l'intérieur du système.

$\delta Q_{\text{échangée}}$: quantité de chaleur échangée par le système avec le milieu extérieur à la température T .

Entropie créée est toujours positive ou nulle lié à l'irréversibilité, ce n'est pas une fonction d'état :

$$\delta S_{\text{généré}} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} (\delta S_{\text{généré}})_{\text{irr}} > 0 & \text{pour une transformation irréversible} \\ (\delta S_{\text{généré}})_{\text{rév}} = 0 & \text{pour une transformation réversible} \end{cases}$$

Dans le cas d'une transformation réversible :

$$(\delta S_{\text{généré}})_{\text{irr}} = 0 \Rightarrow dS_{\text{système}} = \frac{\delta Q_{\text{échangée}}}{T}$$

Dans le cas d'une transformation irréversible :

$$\begin{aligned} (\delta S_{\text{généré}})_{\text{rév}} > 0 &\Rightarrow dS_{\text{système}} - \frac{\delta Q_{\text{échangée}}}{T} = \delta S_{\text{généré}} > 0 \\ &\Rightarrow dS_{\text{système}} > \frac{\delta Q_{\text{échangée}}}{T} \end{aligned}$$

I-12 Troisième principe de la thermodynamique

Au zéro absolu ($T = 0 \text{ K}$), tous les corps purs cristallisés ont une entropie nulle.

On peut montrer que l'entropie d'un système est liée à l'état de désorganisation de celui-ci. Plus un système est désordonné et plus l'entropie est grande.

Les gaz ont des entropies plus élevées que les liquides et les solides.

Exercice 01 :

1°/ Ecrire la différentielle de l'énergie interne dU en fonction des variables indépendantes T et V .

2°/ A partir de dU et de l'expression $\delta Q = dU - \delta W$, donner dS pour un gaz parfait en fonction des variables T et V et des dérivées partielles de l'énergie interne U du gaz.

3°/ En déduire que $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$ Conclusion.

Solution

1°/ La différentielle de $U(T, V)$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

2°/ L'expression de dS :

$$dQ = dU - \delta W \quad \text{et} \quad \delta W = PdV = -\frac{nRT}{V} dV$$

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + \frac{nR}{V}\right) dV$$

3°/ dS est une différentielle totale exacte, donc on a l'égalité des dérivées croisées

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\left(\frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + \frac{nR}{V}\right) \right)$$

$$\frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} = \frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} - \frac{1}{T^2} \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \Rightarrow \frac{1}{T^2} \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$$

U est indépendante de V , donc elle dépend uniquement de T pour un gaz parfait.

Exercice 02 :

Un calorimètre en équilibre thermique contient une masse d'eau $m_1=300g$ a la température $T_1=15^\circ C$.

On ajoute une masse $m_2=250g$ d'eau a la température $T_2=60^\circ C$. La température finale du mélange, lorsque l'équilibre thermique est atteint, est $T_f=64^\circ C$.

Calculer la capacité thermique du calorimètre.

Donnée :

$$c_e = 4185 \text{ J.K}^{-1}.\text{Kg}^{-1}$$

Solution

Calcul de C_{cal} :

$$dH = 0 = m_1 c_e (T_f - T_1) + C_{cal} (T_f - T_1) + m_2 c_e (T_f - T_2)$$

$$\Rightarrow C_{cal} = \frac{m_1 c_e (T_f - T_1) + m_2 c_e (T_f - T_2)}{T_1 - T_f}$$

$$\Rightarrow C_{cal} = \frac{0,3 \times 4185 (307 - 288) + 0,250 \times 4185 (307 - 333)}{288 - 307}$$

$$\Rightarrow C_{cal} = 176 \text{ J.K}^{-1}$$

Exercice 03 :

Le volume initial d'une mole de gaz parfait $V_1=5 \text{ L}$. On comprime ce gaz d'une manière adiabatique de $P_1=1 \text{ bar}$ à $P_2=10 \text{ bar}$.

On donne pour un gaz, $\gamma = 1,4$.

1°/ Calculer les valeurs de V_2 et T_2 .

2°/ Déterminer le travail W reçu par le gaz au cours de cette compression.

Solution

1°/ Calcul de V_2 :

Pour un gaz parfait (compression adiabatique) :

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow V_2 = V_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow V_2 = 5 \times \left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{1}{1,4}}$$

$$\Rightarrow V_2 = 0,96 \text{ L}$$

Calcul de T_2 :

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{10 \cdot 10^5 \times 0,96 \cdot 10^{-3}}{1 \times 8,314}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_2 = 115 \text{ K}}$$

2°/ Le travail W

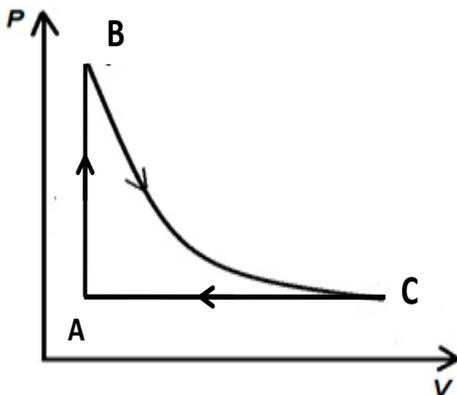
Pour une évolution adiabatique

$$W = \Delta U = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1} = \frac{10 \cdot 10^5 \times 0,96 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^5 \times 5 \cdot 10^{-3}}{1,4 - 1}$$

$$\Rightarrow \boxed{W = 1,15 \text{ KJ}}$$

Exercice 04 :

On considère le cycle réversible des trois transformations d'une masse constante de gaz parfait, représentées sur le diagramme P-V ci-dessous. L'évolution **AB** est isochore, l'évolution **BC** est isotherme et l'évolution **CA** est isobare.



1°/ Exprimer les grandeurs W et Q pour les évolutions **AB**, **BC** et **CA**.

2°/ Dédire pour l'ensemble du cycle le travail W_{cycle} et la quantité de la chaleur Q_{cycle} . Conclure.

Solution

1°/ Les grandeurs W et Q pour les évolutions **AB**, **BC** et **CA**

Évolutions **AB** (isochore $V_A=V_B$) :

$$W_{AB} = -\int P dV = 0$$

$$Q_{AB} = mC_V \int dT$$

Avec

$$PV = nRT \Rightarrow dT = \frac{V_A}{nR} dP$$

$$Q_{AB} = \frac{mV_A C_V}{nR} \int_{P_A}^{P_B} dP = \frac{mV_A C_V}{nR} (P_B - P_A)$$

Évolutions **BC** (isotherme $T_B=T_C$) :

$$W_{BC} = -\int P dV = 0$$

Avec

$$PV = nRT \Rightarrow P = nR \frac{T}{V}$$

$$T_C = T_B = T = \text{Cte}$$

$$W_{BC} = -nRT \int_{V_B}^{V_C} \frac{dV}{V} = -nRT \ln \frac{V_C}{V_B} = -nRT \ln \frac{P_B}{P_C}$$

Pour une transformation isotherme

$$\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC} = 0$$

$$Q_{BC} = -W_{BC} = nRT \ln \frac{V_C}{V_B} = nRT \ln \frac{P_B}{P_C}$$

Évolutions **CA** (isobare $V_C=V_A$) :

$$W_{CA} = -\int_{V_C}^{V_A} P_A dV = -P_A (V_A - V_C) = nR(T_C - T_A)$$

$$Q_{CA} = mC_P \int dT = \frac{mC_P P_A}{nR} \int_{V_C}^{V_A} \frac{dV}{V} = \frac{mC_P P_A}{nR} (V_A - V_C) = mC_P (T_A - T_C)$$

2°/ Pour l'ensemble du cycle

$$W_{cycle} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = -nRT \ln \frac{P_B}{P_C} + nR(T_C - T_A)$$

$$Q_{cycle} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$$

$$= nRT \ln \frac{P_B}{P_C} - nR(T_C - T_A)$$

Ce qui vérifie le premier principe $\Delta U_{cycle} = 0$

Exercice 05 :

Un morceau d'aluminium froid **A** de masse **m=100g** (système étudié) à la température **T₁=10°C**. On le met en contact thermique avec l'air ambiant **B** de température **T₂=20°C** (extérieur du système étudié).

1°/ Calculez la variation d'entropie ΔS_A du morceau d'aluminium.

2°/ Calculez la variation d'entropie ΔS_B de l'air ambiant.

3°/ Déduisez-en la variation d'entropie ΔS_{A+B} de "l'univers" (système isolé). Est-ce que la transformation est réversible ?

On donne pour l'aluminium **C = 896 J/kg**.

Solution

1°/ La variation d'entropie ΔS_A :

La température finale de l'aluminium est celle de l'air ambiant (**T_f=T₂=20°C**),

Ainsi

$$\Delta S_A = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{mCdT}{T}$$

$$= mC \ln \frac{T_f}{T_1} = 100 \times 10^{-3} \times 896 \times \ln \frac{293}{283}$$

$$\Rightarrow \Delta S_A = 3,11 \text{ J.K}^{-1}$$

2°/ La variation d'entropie ΔS_B :

$$\Delta S_B = \frac{Q_B}{T_2}$$

car **B** est un thermostat, donc **Q_B = -Q_A**

$$\Delta S_B = -\frac{Q_A}{T_2} \quad \text{Avec } Q_A = mC(T_f - T_1)$$

$$\Delta S_B = -\frac{mC(T_f - T_1)}{T_2}$$

$$= -\frac{100 \times 10^{-3} \times 896 \times (293 - 283)}{293}$$

$$\Rightarrow \Delta S_B = -3,06 \text{ J.K}^{-1}$$

3°/ La variation d'entropie ΔS_{A+B} :

$$\Delta S_{A+B} = \Delta S_A + \Delta S_B = 3,11 - 3,06$$

$$\Rightarrow \Delta S_{A+B} = 53,4 \text{ J/K}$$

On observe une augmentation d'entropie pour un système isolé. $\Delta S_{A+B} \neq 0$ pour un système isolé \Rightarrow transformation non réversible

Chapitre II

Théorie cinétique des gaz

Les systèmes considérés en thermodynamique contiennent un très grand nombre de constituants élémentaires. Il y a donc nécessité d'utiliser une analyse statistique pour une description microscopique de la matière.

Théorie par laquelle on cherche à expliquer le comportement macroscopique d'un gaz à partir des caractéristiques des mouvements des particules (atomes, molécules, etc.) qui le composent (comportement microscopique).

Elle permet notamment de donner une interprétation microscopique aux notions de :
Température : c'est une mesure de l'agitation des corpuscules, plus précisément de leur énergie cinétique

Pression : la pression exercée par un gaz sur une paroi résulte des chocs des particules sur cette dernière

II-1 Hypothèses de la théorie cinétique des gaz

- Les molécules / atomes sont des sphères dures dont le diamètre est négligeable devant les distances inter moléculaires / inter atomiques.
- Les molécules du gaz se déplacent librement et subissent des collisions molécule/molécule ou molécule/paroi qui modifient sans cesse leurs trajectoires et leurs vitesses.
- En dehors des chocs, les particules sont sans interaction entre elles.
- Entre deux collisions, les molécules ont des trajectoires rectilignes

II-2 Distribution des vitesses

La vitesse d'une particule est déterminée par ses trois composantes v_x , v_y et v_z

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

A l'équilibre thermodynamique, les grandeurs physiques ont une valeur moyenne temporelle indépendante du temps et identique à la valeur **moyenne spatiale statistique** :

$$g = \langle g \rangle_t$$

Vitesse quadratique moyenne, toutes les directions de l'espace sont équiprobables.

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle \rightarrow 3\langle v_x^2 \rangle = 3\langle v_y^2 \rangle = 3\langle v_z^2 \rangle$$

D'après l'isotropie de la distribution des vitesses :

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$$

II-3 Vitesse quadratique moyenne

A partir de l'équation des gaz parfaits $PV = nRT$ et la formule de la pression cinétique :

$$PV = \frac{Nm}{3} \langle v^2 \rangle = nRT = nkN_A T$$

Où : $R = kN_A$ constante des gaz parfaits et k constante de Boltzmann.

Dans n moles de gaz, on a $N = nN_A$ particules avec N_A le nombre d'Avogadro. La dernière équation peut donc s'écrire :

$$\frac{Nm}{3} \langle v^2 \rangle = kNT \Rightarrow \langle v^2 \rangle = \frac{3kT}{m}$$

II-4 Pression cinétique

Considérons N molécules du gaz parfait enfermées dans un cube de côté L . Nous supposons que les molécules n'ont pas d'interaction entre elles.

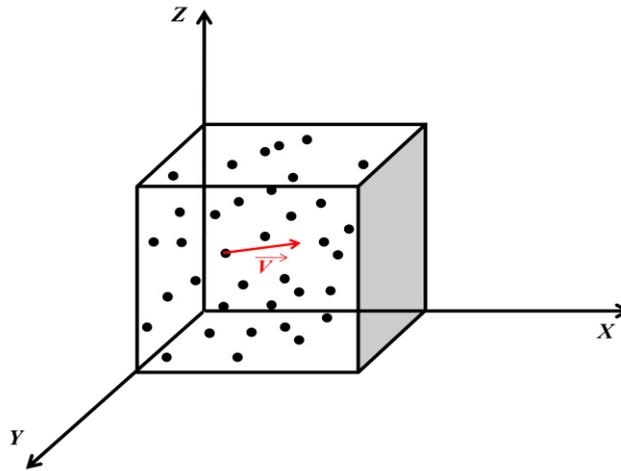


Figure II-1 : Molécules du gaz parfait enfermées dans un cube.

Du fait du nombre considérable de collisions entre les molécules et la paroi la pression P du gaz apparaît comme étant la force moyenne par unité de surface due aux chocs entre la molécule et la paroi.

$$P = \frac{F}{S}$$

A chaque collision sur la face colorisée perpendiculaire x , la vitesse de la molécule change de v_x à $-v_x$.

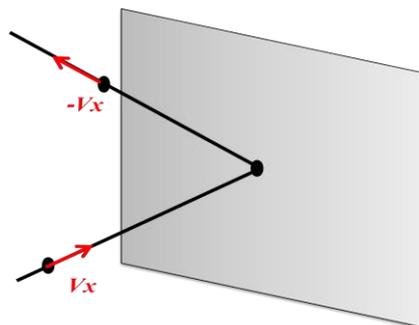


Figure II-2 : Choc d'une particule sur une paroi.

Donc pour un choc avec une particule, la paroi reçoit la quantité de mouvement selon la direction x :

$$\Delta P_x = -mv_x - mv_x = -2mv_x$$

Le temps entre deux collisions est :

$$\Delta t = \frac{2L}{v_x} \quad \text{Avec } 2L \text{ (aller/ retour)}$$

La quantité de mouvement par unité de temps pour chaque molécule :

$$\frac{\Delta P_x}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{2L/v_x} = \frac{2mv_x^2}{L}$$

D'après la 2^{ème} loi de Newton : $\frac{\Delta P}{\Delta t} = F$ avec F la force exercée par la molécule sur la face.

Donc la quantité de mouvement pour toutes les molécules :

$$P = \frac{F_x}{L^2} = \frac{1}{L^2} \sum_1^N \frac{mv_{x,i}^2}{L} = \frac{Nm}{L^3} (v_x^2)_{\text{moy}} = \frac{Nm}{V} \langle v_x^2 \rangle$$

La pression cinétique exercée sur la paroi d'un récipient par un gaz parfait s'écrit :

$$P = \frac{1}{3} \frac{Nm}{V} \langle v^2 \rangle$$

N : Nombre des particules.

V : Volume du récipient.

m : Masse d'une particule.

$\langle v^2 \rangle$: Vitesse quadratique moyenne.

II-5 Energie cinétique

La pression exercée sur la paroi du récipient est donc proportionnelle à la densité particulaire et à la valeur moyenne de l'énergie cinétique de translation des particules constituant le gaz :

$$\langle E_{cin} \rangle = \left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$$

A partir de l'expression de la vitesse quadratique moyenne on donne l'énergie cinétique :

$$\langle E_{cin} \rangle = \frac{3}{2} kT$$

A une température T donnée, toutes les molécules d'un gaz parfait, quelque soit leur masse ont la même énergie cinétique moyenne de translation.

II-6 Loi d'état d'un gaz parfait

Equation d'état d'un gaz parfait elle peut déduire à partir des relations de la pression cinétique et l'énergie cinétique, on éliminant le terme de la vitesse quadratique $\langle v^2 \rangle$, on exprime la pression :

$$P = \frac{N}{V} kT$$

Le nombre de particules : $N = n N_A$ (N_A le nombre d'Avogadro) :

$$P = \frac{n k N_A T}{V}$$

La constante des gaz parfaits $R = k N_A$, où $k = Cte$ de Boltzmann, donc la loi d'état d'un gaz parfait est :

$$PV = nRT$$

Ou P : pression en pascal (Pa).

V : volume en mètre cube (m^3).

N : quantité de matière en mole (mol).

R : constante des gaz parfaits ($R = 8.321 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$).

T : température en Kelvin (K).

II-7 Energie interne

L'énergie interne, notée U , d'un gaz parfait est la somme des énergies cinétiques de toutes les particules (il n'y a pas à considérer une éventuelle énergie potentielle d'interaction entre particules). Les particules étant très nombreuses, donc il est possible de calculer U en considérant que les N molécules de gaz du système passèrent chacune l'énergie cinétique moyenne $\langle E_{cin} \rangle$

$$U = \sum \frac{1}{2}mv^2 = N\langle E_{cin} \rangle$$

$$U = N\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle$$

A partir de la relation de vitesse quadratique moyenne

$$U = \frac{3}{2}kNT$$

En introduisant le nombre n de mole de molécule et le nombre d'Avogadro N_A on déduit :

$$U = \frac{3}{2}nRT \quad (\text{L'énergie interne } U \text{ d'un gaz parfait ne dépend que de la température})$$

Pour un système de n moles de gaz parfait, on peut écrire :

$$U = C_V T$$

En définissant la capacité thermique à volume constant :

$$C_V = \frac{3}{2}nR$$

Pour une mole de gaz parfait, la capacité thermique à volume constant est :

$$C_V = \frac{3}{2}R \quad (\text{Exprime en } \text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1})$$

Exercice 01 :

Vrai ou Faux

1°/ Les molécules constituant le gaz sont de dimensions négligeables par rapport à la distance entre particules.

2°/ La vitesse quadratique moyenne d'un gaz parfait est proportionnelle à la température.

3°/ La pression cinétique est proportionnelle à la température.

4°/ La température cinétique d'un gaz est définie à partir de l'énergie cinétique moyenne.

Solution

1°/ Vrai.

2°/ Faux ; C'est le carré de la vitesse quadratique moyenne d'un gaz parfait est proportionnelle à la température.

3°/ Vrai.

4°/ Faux ; La température cinétique d'un gaz est définie à partir de la vitesse quadratique.

Exercice 02 :

Calculer les vitesses quadratiques moyennes de l'hélium et du krypton à température ambiante ($T=273\text{ K}$).

Donnée :

Nombre d'Avogadro $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Masse molaire de l'hélium $M_{He} = 4 \text{ g.mol}^{-1}$

Masse molaire du krypton $M_{Kr} = 84 \text{ g.mol}^{-1}$

Solution

Nous avons la relation de la vitesse quadratique moyenne :

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3kT}{m} \Rightarrow \langle v \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

La masse molaire du gaz $M = N_A m$

$$\Rightarrow \langle v \rangle = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M}}$$

Pour l'hélium

$$\langle v \rangle_{He} = \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 273 \times 6.02 \times 10^{23}}{4 \times 10^{-3}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\langle v \rangle_{He} = 1304 \text{ m/s}}$$

Pour le krypton

$$\langle v \rangle_{Kr} = \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 273 \times 6.02 \times 10^{23}}{84 \times 10^{-3}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\langle v \rangle_{Kr} = 285 \text{ m/s}}$$

Exercice 03 :

Un récipient cubique contient, 10^3 mole d'argon sous une pression $P = 1 \text{ bar}$ et à la température $T = 273\text{ K}$. En considérant ce gaz comme parfait.

Calculer :

1°/ Le nombre d'atome N du gaz.

2°/ La masse m d'un atome d'argon.

3°/ Le volume V du récipient et son arête a .

4°/ La vitesse quadratique moyenne d'un atome.

5°/ L'énergie cinétique moyenne d'un atome.

Donnée :

$M_{Ar} = 39,9 \text{ g/mol}$.

Solution

1°/ Calcul de N :

Le nombre d'atome est donnée par la relation $N = N_A \times n$ (n nombre de mole et N_A nombre d'Avogadro $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

$$N = 6.02 \times 10^{23} \times 10^3$$

$$= \boxed{6.02 \times 10^{26} \text{ atome}}$$

2°/ Calcul de m :

La masse molaire d'un gaz de masse m est donnée par : $M=N_A \times m$

Donc

$$m = \frac{M}{N_A} = \frac{39,9}{6,02 \times 10^{23}}$$

$$\Rightarrow m = 6,625 \times 10^{23} \text{ g}$$

3°/ Calcul de V :

Pour un gaz parfait : $PV=nRT= NkT$ (k Cte de Boltzmann)

$$V = \frac{NkT}{P} = \frac{10^3 \times 8,31 \times 273}{10^5}$$

$$\Rightarrow V = 22,68 \text{ m}^3$$

4°/ Calcul de $\langle v \rangle$:

La vitesse quadratique moyenne :

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 8,31 \times 273}{39,9}}$$

$$\Rightarrow \langle v \rangle = 13,06 \text{ m.s}^{-1}$$

5°/ Calcul de $\langle E_{cin} \rangle$:

A partir de l'expression de l'énergie cinétique :

$$\langle E_{cin} \rangle = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T$$

$$\langle E_{cin} \rangle = \frac{3}{2} \times \frac{8,31}{6,02 \times 10^{23}} \times 273$$

$$\Rightarrow \langle E_{cin} \rangle = 5,65 \times 10^{-21} \text{ J}$$

Exercice 04 :

Un ballon de volume constant contenant de l'hélium est lancé à la vitesse v .

Déterminer la valeur de v pour que la température du gaz augmente de 1°C lorsque la vitesse du ballon s'annule. On supposera que l'énergie totale des atomes d'hélium se conserve.

Donnée :

$$M_{He} = 4 \text{ g/mol.}$$

Solution

L'énergie totale des atomes d'hélium se conserve, donc :

$$(E_{cinétique} + U_{interne})_{initiale} = (E_{cinétique} + U_{interne})_{finale}$$

La vitesse finale étant nulle :

$$(E_{cinétique} + U_{interne})_{initiale} = (U_{interne})_{finale},$$

Pour N atomes d'hélium :

$$\frac{1}{2} (Nm_{He})v^2 + \frac{3}{2} Nk_b T_{initiale} = \frac{3}{2} Nk_b T_{finale}$$

$$\text{Avec } m_{He} = \frac{M_{He}}{N_A} \quad \text{et} \quad R = N_A k_b$$

$$v = \sqrt{\frac{3k_b}{m_{He}} (T_{finale} - T_{initiale})} = \sqrt{\frac{3R}{M_{He}} (T_{finale} - T_{initiale})}$$

$$v = \sqrt{\frac{3 \times 8,31}{4 \times 10^{-3}}} (1)$$

$$\Rightarrow v = 78,96 \text{ ms}^{-1}$$

Exercice 05 :

On mélange dans un ballon de volume $V=10 \text{ L}$, a la température $T=25^\circ\text{C}$: 5g d'hélium, 4g de néon et 7g diazote N_2 .

Tous les gaz sont considérés comme parfaits et le mélange est supposé idéal.

1°/ Déterminer la pression totale.

2°/ Déduire les pressions partielles des différents gaz.

Donnée :

$$M_{He} = 4 \text{ g/mol}, M_{Ne} = 10 \text{ g/mol}, M_N = 7 \text{ g/mol}.$$

Solution

1°/ La pression totale :

Les quantités de matière des différents gaz

Sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} n_{He} = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ mol} \\ n_{Ne} = \frac{4}{10} = 0,40 \text{ mol} \\ n_N = \frac{7}{14} = 0,50 \text{ mol} \end{array} \right. \Rightarrow n_{totale} = 2,15 \text{ mol}$$

La pression totale est donné par

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{2,15 \times 8,32 \times 298}{10 \times 10^{-3}} \times 273$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 5,33 \text{ bar}}$$

2°/ Les pressions partielles :

On déduit :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{He} = X_{He} P = \frac{1,25}{2,15} \times 5,33 = 3,10 \text{ bar} \\ P_{Ne} = X_{Ne} P = \frac{0,40}{2,15} \times 5,33 = 0,99 \text{ bar} \\ P_N = X_N P = \frac{0,50}{2,15} \times 5,33 = 1,24 \text{ bar} \end{array} \right.$$

Chapitre III

Cycles thermodynamiques

III-1 Définition du Cycle

Ensemble de transformations après lesquelles le fluide moteur retourne à son état initial.

- sur un cycle la variation totale d'énergie interne comme la variation totale d'entropie est nulle.
- dans un diagramme PV l'aire du cycle correspond au travail fourni par le cycle. S'il est parcouru dans le sens des aiguilles d'une montre le cycle fournit du travail vers l'extérieur.

III-2 Cycle idéalisés

Cycles qui approximent le processus réel (Approche pratique pour analyser les performances des systèmes moteurs).

III-3 Cycle de Carnot

C'est un cycle réversible de rendement maximal et le plus efficace (cycle théorique). L'efficacité des autres cycles et des machines réelles est toujours comparée à celle du cycle de Carnot, constitué de quatre processus réversibles (Figure III-1):

- 1→2: Détente isotherme (avec apport de chaleur).
- 2→3: Détente adiabatique.
- 3→4: Compression isotherme (avec refroidissement).
- 4→1: Compression adiabatique.

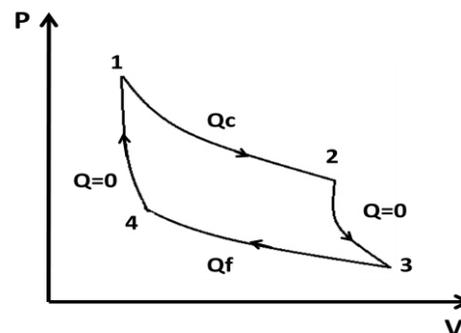


Figure III-1 : Cycle théorique de moteur de Carnot

III-3-1 Rendement du cycle de Carnot

Généralement le rendement est donné par : $\eta = \frac{\text{Energie sortie}}{\text{Energie entrée}}$

Pour un cycle et d'après le 1^{er} principe :

$$\begin{aligned}\Delta U = 0 &= W_{\text{Cycle}} + Q_{\text{Cycle}} \\ &= W_{\text{Cycle}} + Q_{\text{Chaud}} + Q_{\text{Froid}} \Rightarrow W_{\text{Cycle}} = -(Q_{\text{Chaud}} + Q_{\text{Froid}})\end{aligned}$$

Avec : Q_{Froid} est la quantité de chaleur perdue à la source froide de température T_f .

Q_{Chaud} est la quantité de chaleur de la source chaude de température T_C .

Donc le rendement s'écrit :

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{|W|}{Q_{\text{Chaud}}} = \frac{Q_{\text{Chaud}} + Q_{\text{Froid}}}{Q_{\text{Chaud}}} \\ &= 1 + \frac{Q_{\text{Froid}}}{Q_{\text{Chaud}}} \\ \Rightarrow \eta &= 1 - \frac{|Q_{\text{Froid}}|}{Q_{\text{Chaud}}}\end{aligned}$$

III-3-2 Rendement en fonction de T_{Chaud} et T_{Froid}

D'après la deuxième loi de la thermodynamique : $\Delta S_{\text{cycle}} = 0 = \int \frac{\delta Q}{T}$

$$\int \frac{\delta Q_{\text{Chaud}}}{T_{\text{Chaud}}} + \int \frac{\delta Q_{\text{Froid}}}{T_{\text{Froid}}} = 0 \Rightarrow \frac{Q_{\text{Froid}}}{Q_{\text{Chaud}}} = -\frac{T_{\text{Froid}}}{T_{\text{Chaud}}}$$

Donc :
$$\eta = 1 - \frac{T_{\text{Froid}}}{T_{\text{Chaud}}}$$

III-4 Cycle de Beau Rochas (OTTO)

C'est un cycle théorique des moteurs à combustion interne à allumage commandé. Exemple : Moteur à essence.

Ce cycle est composé des transformations suivantes :

1→2 : Compression adiabatique du mélange (air-carburant).

2→3 : Combustion isochore.

3→4 : Détente adiabatique.

4→1 : Refroidissement isochore.

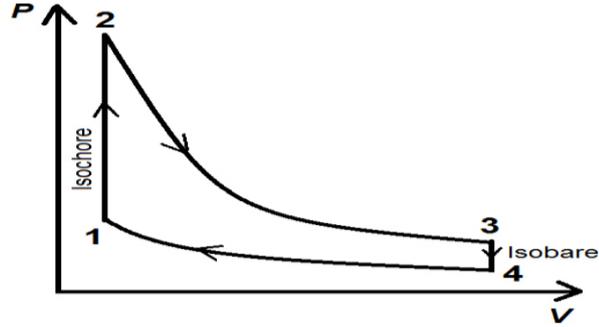


Figure III-2 : Cycle de Beau Rochas

Le long de 1-2 il y a échauffement à volume constant de T_1 à T_2 , et entre 3 et 4 il y a refroidissement isochore de T_3 à T_4 .

Les quantités de chaleur échangées:

$$Q_C = mc_v(T_2 - T_1) > 0$$

$$Q_F = mc_v(T_4 - T_3) < 0$$

III-4-1 Rendement du cycle d'Otto

Pour le cycle de Beau Rochas, le rendement énergétique est défini par :

$$\eta = \frac{\text{Travail fourni}}{\text{Chaleur reçue}} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$$

Sachant que:

$$\frac{T_1}{T_4} = \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{1-\gamma}, \quad \frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{1-\gamma} \quad \text{Avec } V_1 = V_2 \quad \text{et} \quad V_3 = V_4$$

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$$

Donc le rendement s'écrit :

$$\eta = 1 - \frac{T_4}{T_1} = 1 - \frac{T_3}{T_2} = 1 - \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{1-\gamma}$$

On peut écrire aussi : $\eta = 1 - a^{1-\gamma}$

Avec $a = \frac{V_4}{V_1} = \frac{V_4}{V_2}$ rapport de compression volumétrique.

III-5 Cycle de Diesel

Le moteur Diesel est un moteur à combustion interne dont l'allumage est spontané. Le cycle théorique du moteur Diesel est composé de quatre transformations réversibles représenté dans le diagramme de Clapeyron ci-dessous :

1→2 : compression adiabatique qui s'effectue seulement sur l'air.

- En point 2, le carburant est injecté

2→3 : combustion du carburant isobare.

3→4 : détente adiabatique.

4→1 : mise à l'atmosphère par échappement (refroidissement) isochore.

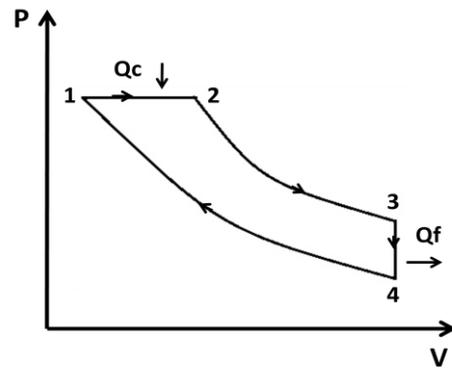


Figure III-3 : Cycle de moteur de Diesel

Le long de 1-2 il y a échauffement à pression constante de T_1 à T_2 , et entre 3 et 4 il y a refroidissement isochore de T_3 à T_4 .

Les quantités de chaleur échangées:

$$Q_C = mc_P(T_2 - T_1) > 0$$

$$Q_F = mc_V(T_4 - T_3) < 0$$

III-5-1 Rendement du Cycle Diesel

Le rendement théorique du cycle Diesel :

$$\eta = \frac{\text{Travail fourni}}{\text{Chaleur reçue}} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{c_V(T_3 - T_4)}{c_P(T_2 - T_1)}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$$

Soit ; $a = \frac{V_4}{V_1}$ rapport de compression volumétrique.

$b = \frac{V_3}{V_2}$ rapport de détente volumétrique,

Donc on peut écrire le rendement $\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{b^{-\gamma} - a^{-\gamma}}{b^{-1} - a^{-1}}$

Si on introduit le rapport $c = V_2/V_1$ appelé "rapport d'injection" on obtient l'expression suivante du rendement:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{1}{a^{\gamma-1}} \frac{c^\gamma - 1}{c - 1}$$

Le rendement thermique du moteur Diesel dépend du rapport d'injection et du rapport de compression.

III-6 Cycle de Joule

C'est un cycle des turbines à gaz. Il est composé de deux adiabatiques reliées par deux isobares :

- 1→2: compression adiabatique.
- 2→3: échauffement isobare.
- 3→4: détente adiabatique.
- 4→1: refroidissement isobare.

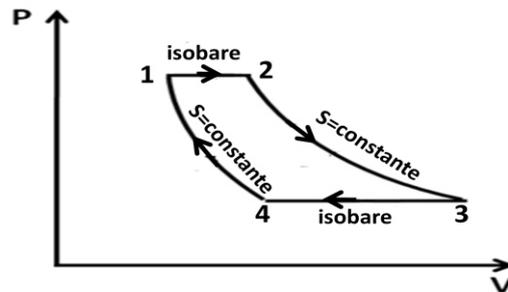


Figure III-4 : Cycle de Joule

Le long de 1-2 il y a échauffement à pression constante de T_1 à T_2 , entre 3 et 4 il y a refroidissement isobare de T_3 à T_4 .

Les quantités de chaleur échangées:

$$Q_c = mC_P(T_2 - T_1) > 0$$

$$Q_f = mC_P(T_4 - T_3) < 0$$

III-6-1 Rendement du cycle de Joule

$$\eta = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$$

Sachant que :

$$\frac{T_1}{T_4} = \left(\frac{P_1}{P_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \quad \frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{P_2}{P_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$$

Donc le rendement s'écrit:

$$\eta = 1 - \frac{T_4}{T_1} = 1 - \frac{T_3}{T_2} = 1 - \left(\frac{P_4}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

On peut écrire aussi

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma-1} = 1 - a^{\gamma-1}$$

Avec $a = V_4/V_1$ rapport de compression volumétrique

III-7 Cycle de Stirling

C'est le cycle du moteur à air chaud qui comprend :

Le cycle est constitué des quatre transformations suivantes :

1→2 Compression isotherme: $W_{12} = -mRT_1 (V_2/V_1) > 0$ et $Q_{12} = -W_{12}$

2→3 Chauffage isochore: $W_{23} = 0$ et $Q_{23} = U_3 - U_2 = mc_v(T_2 - T_1)$

3→4 Détente isotherme: $W_{34} = -mRT_2 \ln(V_4/V_3) < 0$ et $Q_{34} = -W_{34}$

4→1 Refroidissement isochore: $W_{41} = 0$ et $Q_{41} = U_4 - U_1 = mc_v(T_1 - T_2)$

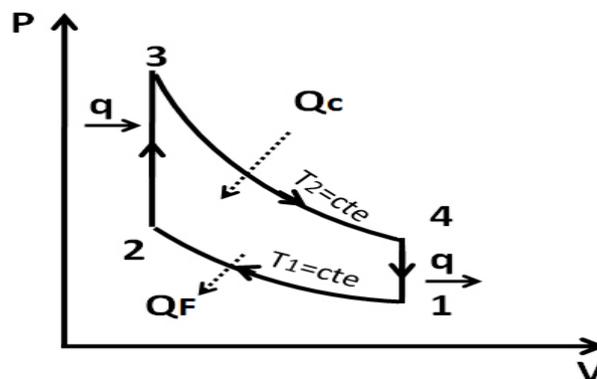


Figure III-5 : Cycle de Stirling

Expression du rendement:

$$\eta = 1 + \frac{Q_C}{Q_F} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Ce cycle est intéressant car son rendement théorique est maximum. Cependant les machines pouvant le réaliser sont complexes et donc peu répandues.

III-8 Cycle de Brayton

Le cycle de Brayton est utilisé en général pour les turbines à gaz lorsque la compression et la détente sont réalisées avec des machines tournantes. Le cycle relatif au fonctionnement de la turbine à gaz en coordonnées (P.V) est représenté sur la figure ci-dessous.

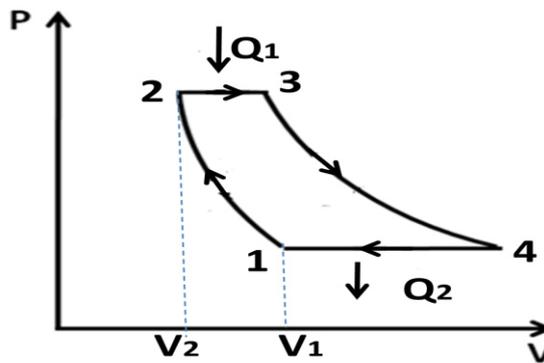


Figure III-6: Cycle de Brayton sur le diagramme de Clapeyron

- La compression s'effectue entre les points 1 et 2 (diminution du volume, augmentation de la température).
- La combustion de 2 à 3 (elle s'effectue à une pression pratiquement constante mais le volume augmente car il y a injection de combustible et allumage).
- La détente de 3 à 4. L'échappement à l'atmosphère est représenté par une transformation à pression constante, celle-ci étant à peu près la pression atmosphérique.

D'après le 1^{er} principe

$$\Delta U = W + Q_1 + Q_2$$

Pour un cycle $W + Q_1 + Q_2 = 0$

Pour les compressions et détentes qui sont des adiabatiques réversibles, on a :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$
$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$
$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$$

On définit le rendement énergétique par

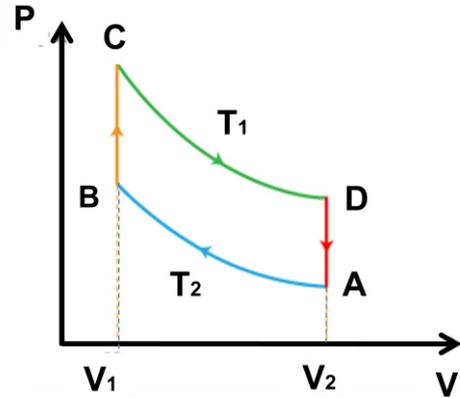
$$\eta = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$$

Rendement énergétique du cycle de Brayton : $\eta = 1 - \frac{1}{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$

Exercice 01 :

Un gaz subit un cycle de Carnot, soit :

- (1) Compression isotherme AB à la température T_2 ,
- (2) Compression adiabatique BC ,
- (3) Détente isotherme CD à la température T_1 ,
- (4) Détente adiabatique DA .



1°/ Donner l'expression de rendement η en fonction de W , Q_1 et Q_2 .

2°/ Quel principe permet de retrouver cette dernière expression en fonction des températures T_1 et T_2 .

Solution :

1°/ L'expression de rendement η

$$\eta = \frac{|W|}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

2°/ η en fonction des températures T_1 et T_2

Selon de 2^{ème} principe et pour un cycle

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1}$$

Donc on peut écrire :

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Exercice 02 :

La figure ci-dessous montre un cycle de Stirling formé de deux isothermes et de deux isochores pour un gaz parfait. γ est supposé constant.

1°/ En fonction des températures T_1 et T_2 , du taux de compression $a=V_2/V_1$, du nombre de moles n , de R et de γ , établir les expressions:

- a)- de la quantité de chaleur Q_1 reçue par le système.
- b)- de la quantité de chaleur Q_2 cédée par le système.
- c)- du travail produit par le système.
- d)- de l'efficacité thermodynamique de ce cycle.

2°/ Quelle est l'expression de l'efficacité du cycle de Carnot correspondant?

Comparer les deux efficacités obtenues.

Solution :

1°/ a)- On a $T_1 > T_2$

Au cours d'une isotherme T, l'énergie interne du gaz parfait ne varie pas et .

$$Q = -W = \int P dV = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

au cours de la détente isotherme T_1 :

$$Q_{CD} = nRT_1 \ln a$$

Au cours d'une isobare, $\Delta U = Q = nC_v\Delta T$
 Ainsi, au cours de la transformation
 isochore BC ,

$$Q_{BC} = nC_v(T_1 - T_2)$$

Les signes seront opposés pour les deux autres transformations.

Ainsi

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_{BC} + Q_{CD} = nC_v(T_1 - T_2) + nRT_1 \ln a \\ &= nR \left(T_1 \ln a + \frac{T_1 - T_2}{\gamma - 1} \right) \end{aligned}$$

b)- La chaleur est cédée par le système au cours des transformations isochore DA et isotherme AB .

$$Q_2 = Q_{DA} + Q_{AB} = nR \left(-T_2 \ln a + \frac{T_2 - T_1}{\gamma - 1} \right)$$

c)- au cours des isochores le travail est nul.

Au cours d'une isotherme T , le travail reçu par le gaz s'exprime par :

$$W = \int -PdV = -nRT \int \frac{dV}{V}$$

L'autre façon d'obtenir W est d'écrire que sur un cycle $W = -Q_1 - Q_2$ On obtient :

$$W = -nR(T_1 - T_2) \ln a < 0$$

d)- L'efficacité thermodynamique η de ce cycle s'écrit :

$$\eta = \frac{|W|}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{T_2 \ln a + \frac{T_1 - T_2}{\gamma - 1}}{T_1 \ln a + \frac{T_1 - T_2}{\gamma - 1}} \right)$$

2°/ L'efficacité du cycle de Carnot correspondant est

$$\eta_c = 1 + \frac{T_2}{T_1}$$

Selon le deuxième principe de la thermodynamique, l'efficacité du cycle de Carnot est maximale $\eta < \eta_c$.

Exercice 03 :

Une mole de gaz à état A ($T_1=150^\circ\text{C}$, $V_1=1\text{ L}$, et P_1). Cette mole subit une détente adiabatique jusqu'à un état B ($V_2=10V_1$, T_2). Le gaz subit ensuite une compression isotherme qui l'amène à la pression initiale P_1 (état C). Le gaz est ensuite réchauffé jusqu'à la température T_1 à pression constante.

1°/ Tracer l'allure du cycle dans le diagramme de Clapeyron.

2°/ Calculer P_1 et T_2 de la source froide.

3°/ Calculer les quantités de chaleur reçues par le gaz au cours des trois transformations AB , BC et CA .

4°/ Calculer le travail fourni au gaz au cours du cycle.

5°/ Calculer l'efficacité de cette cycle, et évaluer son rendement en comparant cette efficacité à celle du cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures T_1 et T_2 .

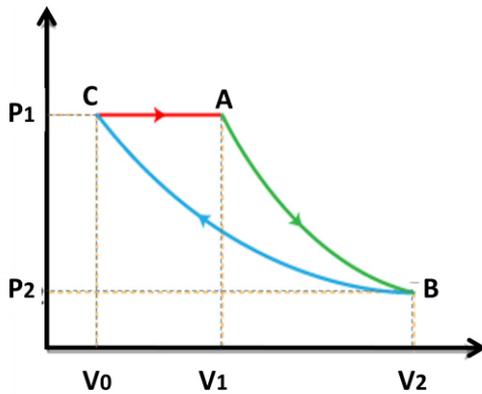
Données :

$$R = 8.31 \text{ J.mol.K}^{-1},$$

$$\gamma = \frac{4}{3}$$

Solution :

1°/ Voir pour le tracé la figure



2°/ Calcul de P_1 et T_2

La loi des gaz parfaits :

$$P_1 = \frac{nRT_1}{V_1} = 3,52 \times 10^6 \text{ Pa,}$$

soit $P_1 = 35,2 \text{ bar}$

La transformation entre **A** et **B** est une détente adiabatique, $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$,

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow T_2 = 423 (0,1)^{1/3} = 196 \text{ K}$$

3°/ Entre **A** et **B** la détente est adiabatique, donc $Q_{AB} = 0$.

Entre **B** et **C** la compression est isotherme. Donc, l'énergie interne est conservée $\delta Q = PdV$

$$Q_{BC} = \int \delta Q = nRT_2 \ln \frac{V_0}{V_2}$$

Puisque la compression est isotherme,

$$P_2 V_2 = P_1 V_0 \Rightarrow \frac{V_0}{V_2} = \frac{P_2}{P_1}$$

Par ailleurs,

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma$$

$$Q_{BC} = nRT_2 \ln \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{3} \times 8,31 \times 196 \times \ln(0,1)$$

$$\Rightarrow Q_{BC} = -5001 \text{ J}$$

De **C** à **A**, le gaz est réchauffé à pression constante et la chaleur fournie au gaz vaut

$$Q_{CA} = nC_P(T_1 - T_2) = n \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_1 - T_2) = 4 \times 8,31 \times (423 - 196)$$

$$\Rightarrow Q_{CA} = 7546 \text{ J}$$

4°/ Pour un cycle,

$$\Delta U = 0 \Rightarrow W + \sum_i Q = 0$$

$$W = -Q_{BC} - Q_{CA} = 5001 - 7546 =$$

$$\Rightarrow W = -2545 \text{ J}$$

$$W = -Q_{BC} - Q_{CA} = 5001 - 7546 = -2545 \text{ J .}$$

5°/ Calcul de l'efficacité :

$$\eta = \frac{|W|}{Q_{CA}} = \frac{2545}{7546}$$

$$\Rightarrow \eta = 33,7\%$$

en comparant cet efficacité à l'efficacité maximale du cycle de Carnot

$$\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{196}{423} = 53,7\% .$$

$$\text{Ainsi, } r = \frac{\eta}{\eta_c} = \frac{33,7}{53,7} = 62,8\%$$

Exercice 04 :

Le fonctionnement du moteur à explosion par le cycle de Beau de Rochas. Ce cycle, peut se décomposer en quatre transformations :

1. Compression adiabatique réversible **AB**
($P_A = 10^5 \text{ Pa}$, $T_A = 300\text{K}$, $a = V_A/V_B=7$).
2. Compression isochore **BC**
($T_C = 2,65 \times 10^3 \text{ K}$).
3. Détente adiabatique **CD**
($T_D = 1,21 \times 10^3 \text{ K}$).
4. Refroidissement isochore **DA**.

En **D**, le piston est au point mort bas : $V_D=V_A$

Le cycle est étudié pour **une mole** d'air assimilé à un gaz parfait.

- 1°/ Déterminer la valeur de V_A et V_B .
- 2°/ Calculer P_B et T_B au point B
- 3°/ Exprimer, en fonction des températures aux extrémités du cycle, les quantités Q_{AB} , Q_{BC} , Q_{CD} , Q_{DA} . Calculer leurs valeurs numériques. En déduire la valeur **W** du travail.
- 4°/ Donné l'expression du rendement du cycle et calculer sa valeur.

Données :
 $R = 8,32 \text{ J.mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$,
 $C_p = 29 \text{ J.mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
 $\gamma = C_p/C_v = 1,4$

Solution :

1°/ Valeur de V_A et V_B :
 Pour une mole

$$P_A V_A = RT_A \Rightarrow V_A = \frac{RT_A}{P_A} = \frac{8,32 \times 300}{10^5}$$

$$\Rightarrow V_A = 25 \text{ L}$$

$$a = \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow V_B = \frac{V_A}{a} = \frac{25}{7}$$

$$\Rightarrow V_B = 3,5 \text{ L}$$

2°/ Calcul de P_B

AB est adiabatique,

$$P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma \Rightarrow P_B = P_A \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^\gamma = 10^5 (7)^{1,4}$$

$$\Rightarrow P_B = 15 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Calcul de T_B

$$P_B V_B = RT_B \Rightarrow T_B = \frac{P_B V_B}{R} = \frac{15 \times 10^5 \times 3,5 \times 10^{-3}}{8,32}$$

$$\Rightarrow T_B = 653 \text{ K}$$

3°/ Les quantités Q_{AB} , Q_{BC} , Q_{CD} , Q_{DA} :

AB et **CD** sont adiabatiques.

$$Q_{AB} = 0$$

$$Q_{CD} = 0$$

BC et **DA** sont des transformations isochores

$$Q_{BC} = C_v(T_C - T_B) = \frac{C_p}{\gamma}(T_C - T_B)$$

$$Q_{BC} = \frac{29}{1,4}(2650 - 653)$$

$$\Rightarrow Q_{BC} = 41 \text{ KJ}$$

$$Q_{DA} = C_v(T_A - T_D) = \frac{C_p}{\gamma}(T_A - T_D)$$

$$Q_{DA} = \frac{29}{1,4}(300 - 1210)$$

$$\Rightarrow Q_{DA} = -19 \text{ KJ}$$

1^{er} principe $\Rightarrow W + Q = 0$ sur un cycle

$$W = -Q \Rightarrow W = -Q_{BC} - Q_{DA} = -41 + 19$$

$$\Rightarrow W = -22 \text{ KJ}$$

Signe - \Rightarrow le cycle est bien moteur.

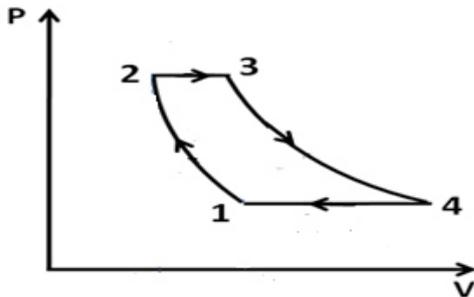
4°/ L'expression du rendement :

$$\eta = -\frac{W}{Q_{BC}} = -\frac{-22}{41}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta = 0,54}$$

Exercice 5 :

Un cycle de Brayton est formé de deux transformations adiabatiques et deux isobares, ainsi que représenté ci-dessous.



Le cycle est supposé réversible, il est décrit dans le sens moteur par un gaz parfait.

Pour ce gaz parfait, γ est supposé constant. On pose $a = P_2/P_1$.

1°/ Donnée l'expression du rendement en fonction de a et γ .

2°/ Calculer la valeur.

Donnée :

$$a = 8$$

$$\gamma = 1,4.$$

Solution :

1°/ L'expression du rendement :

Rendement du cycle de Brayton :

$$\eta = 1 - \frac{1}{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 1 - \frac{1}{a^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

2°/ Calcul de η

$$\eta = 1 - a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1 - 8^{\frac{1-1,4}{1,4}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta = 0,448}$$

Chapitre IV

Machines thermiques

IV-1 Machines thermiques

Une machine thermique est un système thermodynamique qui subit des cycles de transformation (échangeant du travail et de la chaleur). En fonction de leur mode de fonctionnement et de leur rôle (but) on distingue deux catégories de machines thermiques :

IV-1-1 Machines thermiques motrices

Une machine thermique motrice reçoit une quantité de chaleur Q_1 (source chaude), dans une chambre de combustion et transforme une partie de cette chaleur en travail mécanique W et rejette la quantité de chaleur restante Q_2 (source froide).

Exemples : Machines à vapeur, Moteurs à combustion à essence ou à diesel, Centrales thermiques ou nucléaires de production d'électricité.

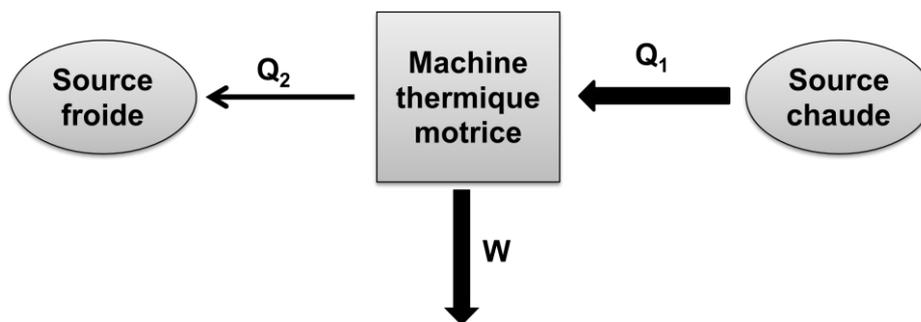


Figure IV-1 : Schéma du principe d'une machine thermique motrice.

IV-1-2 Machines thermiques réceptrices

Par contre une machine thermique réceptrice, reçoit une quantité de travail mécanique W , pour comprimer le fluide frigorigène, et absorbe quantité de chaleur Q_2 (source froide), et rejette la quantité de chaleur restante Q_1 (source chaude).

Exemples : Pompe à chaleur, Machine frigorifique.

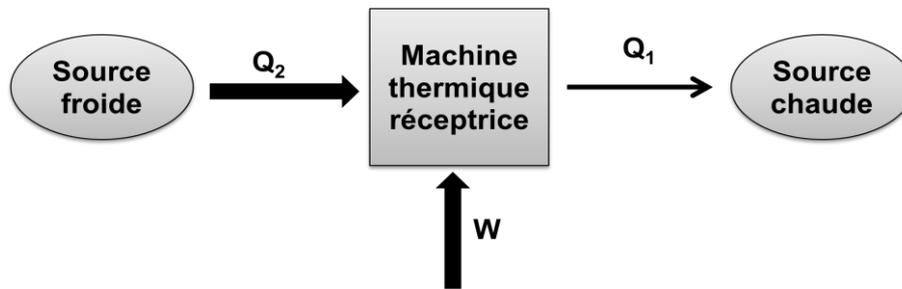


Figure IV-2 : Schéma du principe d'une machine thermique réceptrice.

IV-2 Evolution d'un fluide dans une machine thermique

Dans toute machine thermique effectuant une transformation de la chaleur en travail, le fluide moteur doit nécessairement subir une détente qui est le seul moyen de produire du travail positif. La production continue du travail exige donc la répétition continuelle de détentes successives du fluide moteur, cette répétition se réalise en deux façons (Figure IV-3):

- 1- Le fluide est expulsé de la machine dès qu'il termine la phase de détente et il est remplacé par une quantité égale d'un même fluide de l'état initial, on aura un cycle ouvert.
- 2- Le fluide moteur une fois terminée la phase de détente, revient à l'état initial par compression et recommence l'évolution, c'est le cas des cycles fermés.

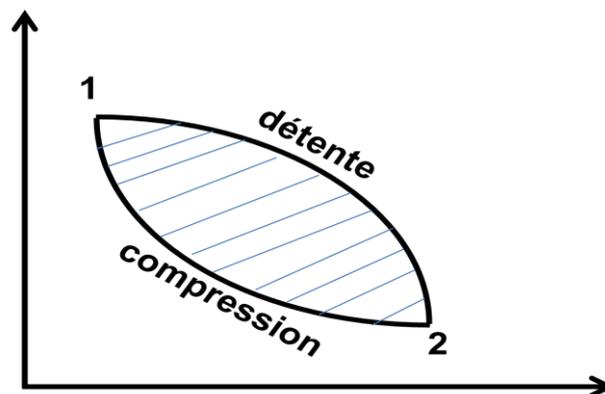


Figure IV-3 : Représentation schématique d'un cycle fermé.

IV-3 Machine à vapeur

La machine à vapeur, invention du XVIII^e siècle, est un moteur à combustion externe qui transforme l'énergie thermique de la vapeur d'eau (produite par une ou des chaudières) en énergie mécanique.

Le processus de production de l'énergie électrique se base sur les conversions successives de différentes formes de l'énergie. Il peut se schématiser de la façon suivante :

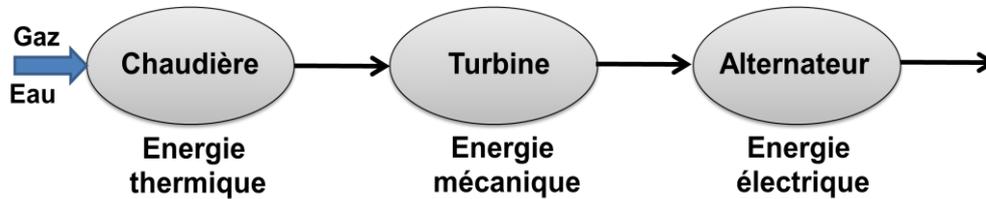


Figure IV- 4 : Processus de production de l'électricité.

Une installation d'une turbine à vapeur, représenté sur la figure IV-5, est essentiellement composée:

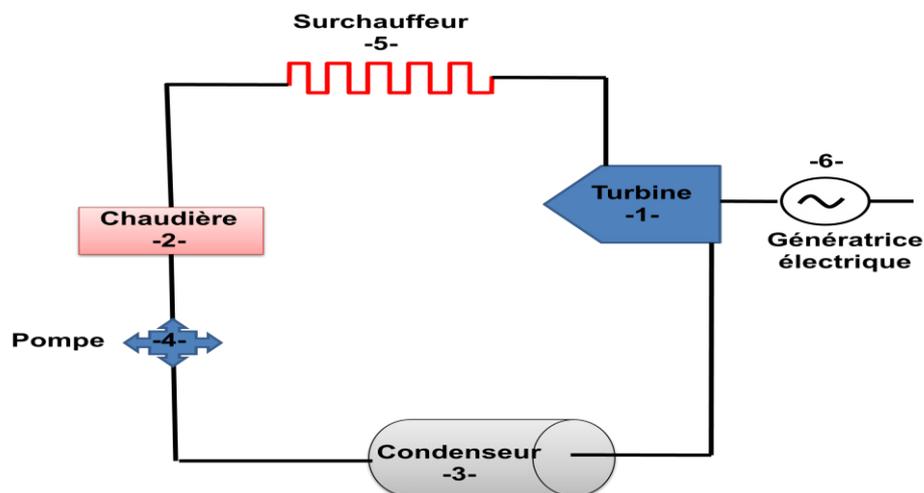


Figure IV-5 : Schéma général d'une installation de turbine à vapeur.

Chaudière :

Représente la source chaude de l'installation. Elle a pour rôle la production de la vapeur nécessaire au fonctionnement de la turbine.

Turbine :

Où la vapeur vient se détendre en cédant une partie de son énergie sous forme de travail.

Condenseur :

Représente la source froide de l'installation. Son rôle consiste à : Condenser la vapeur provenant directement de la chaudière et maintenir un niveau assez bas à la sortie de la turbine.

Pompe :

Son rôle consiste à : Alimenter la chaudière à vapeur et élever la pression de l'eau liquide.

IV-3-1 Diagramme entropique

Pour étude des cycles de machines à vapeur nous utilisons généralement le diagramme entropique. C'est une représentation graphique de toutes les évolutions qu'un fluide peut subir. Ce diagramme est organisé de la manière suivante (Figure IV-6) :

- L'entropie massique S se trouve sur l'axe des abscisses (exprimée en $KJ/Kg.K$).
- La température T se trouve sur l'axe des ordonnées (exprimée en $^{\circ}C$).

Ce diagramme est divisé en trois zones par une courbe dite courbe de saturation au sommet de laquelle se trouve un point critique qui sépare la partie du liquide saturé de celle de la vapeur saturée :

- 1- La partie liquide sous refroidi se trouve à gauche de la courbe d'ébullition.
- 2- La zone à l'intérieur de la courbe de saturation correspond à la phase de changement d'état (mélange liquide-vapeur).
- 3- L'espace vapeur se trouve à droite de la courbe de rosée.

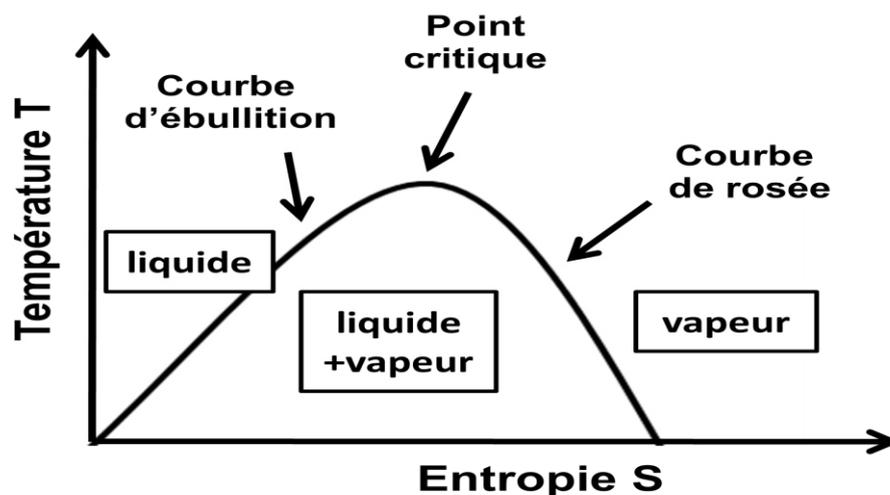


Figure IV-6 : Représentation de la courbe T, S .

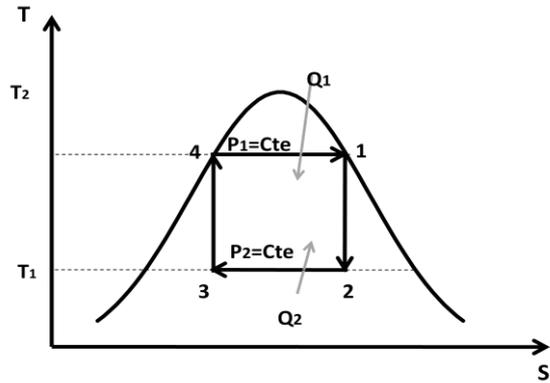
IV-3-2 Cycles des machines à vapeur (Rendement)

On distingue différents cycles pour le fonctionnement des machines à vapeur :

IV-3-2 -a Cycle de Carnot

- 1-2 : Détente adiabatique
 - 2-3 Condensation isobare et isotherme
 - 3-4 : Compression adiabatique
 - 4-1 : Apport, au fluide moteur,
- Le rendement thermique,

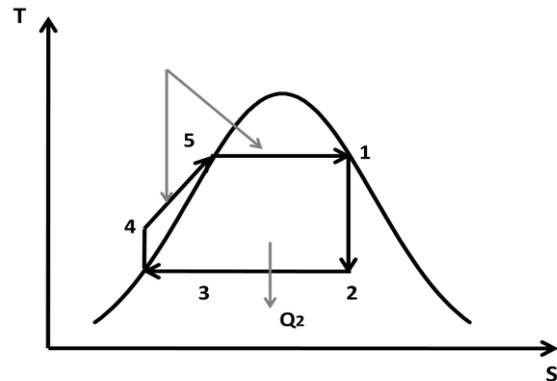
$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{H_2 - H_3}{H_1 - H_4}$$



IV-3-2-b Cycle de Rankine

Ce cycle comporte une transformation en plus (5-4) que celui de Carnot. On a alors, le rendement thermique,

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{H_2 - H_3}{H_1 - H_5}$$

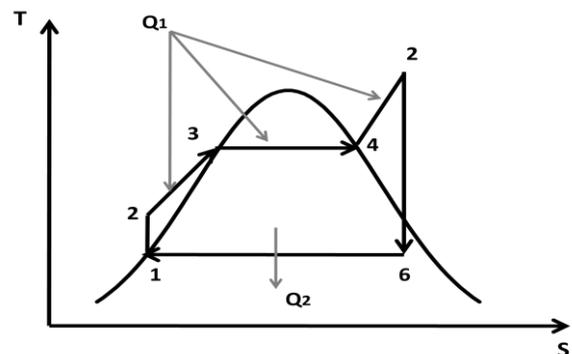


IV-3-2-c Cycle de Hirn

Le cycle de Hirn ne diffère du cycle de Rankine simple que par une transformation supplémentaire 6-1.

Alors le rendement thermique,

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{H_2 - H_3}{H_1 - H_6}$$



IV-4-1 Cycle Otto (moteur à essence)

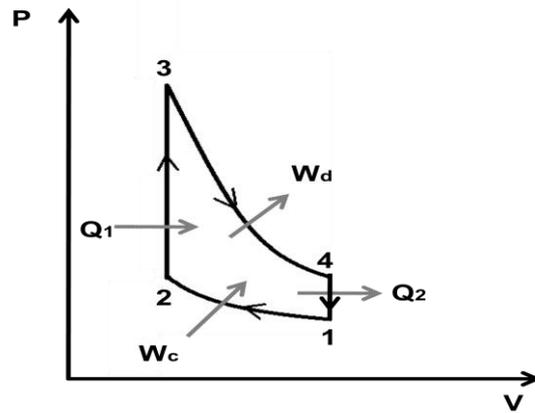
Les quantités de chaleur échangées pendant ce cycle :

$$Q_1 = Q_{2-3} = mC_V (T_3 - T_2)$$

$$Q_2 = Q_{4-1} = mC_V (T_1 - T_4)$$

Le rendement thermique du cycle Otto,

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$$



IV-4-2 Cycle diesel (cycle à injection)

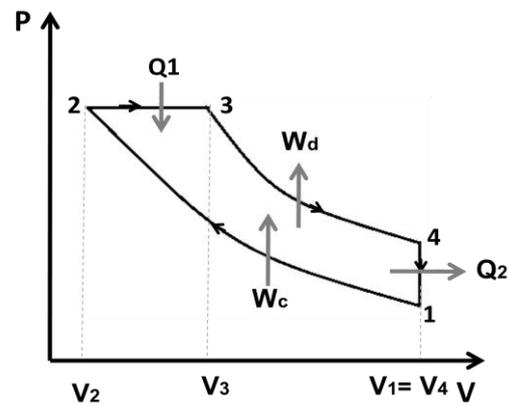
Les quantités de chaleur échangées pendant ce cycle :

$$Q_1 = Q_{2-3} = mC_P (T_3 - T_2)$$

$$Q_2 = Q_{4-1} = mC_V (T_1 - T_4)$$

Le rendement thermique est alors,

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$$



IV-4-3 Cycle semi Diesel (cycle mixte)

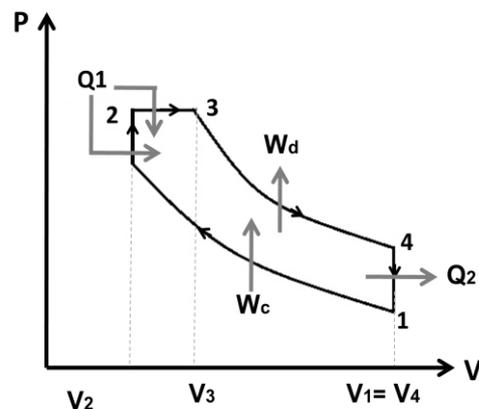
Les quantités de chaleur échangées pendant ce cycle :

$$Q_1 = Q_1' + Q_1'' = Q_{2-3} + Q_{2-3'} = C_V (T_3 - T_2) + C_P (T_{3'} - T_3)$$

$$Q_2 = Q_{4-1} = mC_V (T_1 - T_4)$$

Le rendement thermique est alors,

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{C_V (T_1 - T_4)}{C_V (T_3 - T_2) + C_P (T_{3'} - T_3)}$$



IV-5 Turbines à gaz

La turbine à gaz est une machine thermique motrice pour laquelle le fluide moteur reçoit une quantité de chaleur. La forme la plus simple d'une turbine à gaz est composée de trois éléments:

Compresseur :

Centrifuge ou plus généralement axial, qui a pour rôle de comprimer de l'air ambiant à une pression comprise aujourd'hui entre 10 et 30 bars environ.

Chambre de combustion :

Dans laquelle un combustible gazeux ou liquide est injecté sous pression, puis brûlé avec l'air comprimé, avec un fort excès d'air afin de limiter la température des gaz d'échappement.

Turbine :

Généralement axiale, dans laquelle sont détendus les gaz qui sortent de la chambre de combustion.

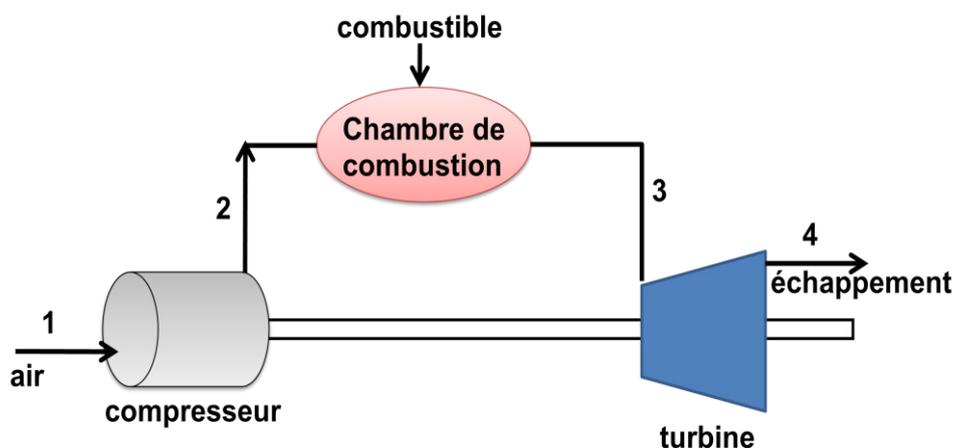


Figure IV-7 : Schéma simplifié d'une turbine à gaz.

La fonction principale d'une turbine à gaz est de produire de la puissance mécanique à partir d'un combustible liquide ou gazeux propre.

Les fonctions des éléments mis en évidence à partir de l'analyse technique précédente peuvent être énoncées comme suit :

- comprimer l'air entrant.
- le porter à haute température par combustion.
- détendre les gaz brûlés dans une turbine produisant du travail mécanique.

Les turbines à gaz fonctionnent en général en cycle ouvert. Le cycle ouvert de turbine à gaz peut être modélisé par un cycle fermé.

Combustion : apport de chaleur à pression constante.

Echappement : rejet de chaleur à l'air ambiant à pression constante.

IV-5-1 Rendement de la turbine à gaz

En fonction du mode de la combustion (isobare ou isochore) et celui de la compression (adiabatique ou isotherme) de la turbine on distingue principalement les différents cycles suivants de fonctionnement des turbines à gaz (Tableaux IV-1):

<i>Cycle</i>	<i>Rendement</i>
Cycle de joule ou de brayton (compression Adiabatique).	$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$ $= 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$
Cycle à compression isotherme.	$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$ $= 1 - \frac{C_p(T_4 - T_1) + rT_1 \ln\left(\frac{r_2}{P_1}\right)}{C_p(T_3 - T_2)}$
Cycle à combustion isobare et compression isotherme.	$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$ $= 1 - \frac{-C_p(T_3 - T_2) + C_p(T_5 - T_1) + rT_1 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}{C_p(T_4 - T_3)}$
Cycle à combustion isobare et compression adiabatique.	$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$ $= 1 - \frac{(T_5 - T_1) - (T_3 - T_2)}{(T_4 - T_3)}$

Tableaux IV-1 : Différents types de cycle de fonctionnement des turbines à gaz.

Exercice 01 :

Vrai ou Faux

1°/ Les machines thermiques des appareils ayant pour but la conversion de la chaleur en travail.

2°/ La machine à vapeur est un machine thermique réceptrice.

3°/ La fonction principale d'une turbine à gaz est de produire de la chaleur.

4°/ Les turbines à gaz utilisé en général le cycle de Brayton.

Solution

1°/ Vrai.

2°/ Faux ; La machine à vapeur est un machine thermique motrice.

3°/ Faux ; La fonction principale d'une turbine à gaz est de produire de la puissance mécanique

4°/ Vrai.

Exercice 02 :

Une machine thermique fonctionne en utilisant deux masses d'eau identiques comme source chaude et froide. La première se trouve initialement à la température T_1 , la deuxième à la température $T_2 < T_1$. On suppose que ces deux sources n'échangent de la chaleur qu'avec la machine à laquelle on fait effectuer un très grand nombre de cycles.

1°/ Écrire l'expression de la variation d'entropie des sources chaude et froide en faisant intervenir la température T_F de l'équilibre atteint. En déduire l'expression de la variation d'entropie de l'Univers.

2°/ Quelle est la valeur minimale de la température d'équilibre T_F ?

3°/ Quel est le travail maximal que cette machine thermique peut fournir?

Solution

1°/ L'expression de $\Delta S_{Univers}$:

L'univers est composé des deux sources chaude et froide, de la machine thermique, et du milieu extérieur.

La variation d'entropie de l'univers s'écrit :

$$\Delta S_{Univers} = \Delta S_{chaude} + \Delta S_{froide} + \Delta S_{Machine} + \Delta S_{ext}$$

$$\Delta S_{Univers} = \Delta S_{chaude} + \Delta S_{froide}$$

$$\text{Car } \Delta S_{ext} = 0 \text{ et } \Delta S_{Machine} = 0$$

$$\Delta S_{Univers} = \int_{T_1}^{T_F} \frac{dQ}{T} + \int_{T_2}^{T_F} \frac{dQ}{T}$$

$$\text{Avec } dQ = C_p dT$$

$$\Delta S_{Univers} = C_p \ln \frac{T_F}{T_1} + C_p \ln \frac{T_F}{T_2}$$

$$\Delta S_{Univers} = C_p \ln \frac{T_F^2}{T_1 T_2}$$

2°/ La valeur minimale de T_F :

Si les échanges sont réversibles, alors $\Delta S_{Univers} = 0$, s'ils sont irréversibles, alors $\Delta S_{Univers} > 0$

$$\text{Donc } \Delta S_{Univers} \geq 0 \Rightarrow \frac{T_F^2}{T_1 T_2} \geq 1$$

$$\text{On en déduit que } T_F \geq \sqrt{T_1 T_2}$$

3°/ Travail maximal :

Selon le 1^{ere} principe de la thermodynamique la somme de ces chaleurs et travail échangés est nulle : $W = -(Q_1 + Q_2)$

Avec

$$Q_1 = C_p (T_F - T_1)$$

$$Q_2 = C_p(T_F - T_2)$$

donc

$$W = -(Q_1 + Q_2) = -C_p(2T_F - T_1 - T_2)$$

Cette expression indique que le travail fourni par la machine sera maximal quand T_F sera minimal :

$$W_{max} = C_p(T_1 + T_2 - 2\sqrt{T_1 T_2})$$

Exercice 03 :

Machine à vapeur fonctionne entre deux températures $T_1=550\text{ }^\circ\text{C}$ et $T_2=250\text{ }^\circ\text{C}$.

1°/ Rappeler la définition de l'efficacité η des moteurs thermiques.

2°/ Exprimer η en fonction des quantités de chaleur Q_1 et Q_2 (sources chaudes et froides aux températures respectives T_1 et T_2).

3°/ Donner l'expression de cette efficacité dans le cas d'un cycle réversible en fonction T_1 et T_2 .

4°/ En pratique, un tel moteur aura une efficacité valant 70% de cette efficacité maximale. Combien vaut-elle numériquement ?

Solution

1°/ Pour les moteurs thermiques, l'efficacité est

définie par : $\eta = \frac{|W|}{Q_1}$

2°/ Puisqu'il y a cycle, la variation d'énergie interne est nulle et

$$\Delta U = W + Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow |W| = Q_1 + Q_2$$

On en déduit : $\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$

3°/ La variation d'entropie est :

$$\Delta S \geq \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}$$

Pour un cycle, la variation d'entropie est nulle.

On en déduit : $\frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1}$

L'efficacité maximale dite de Carnot d'un cycle réversible vaut donc,

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

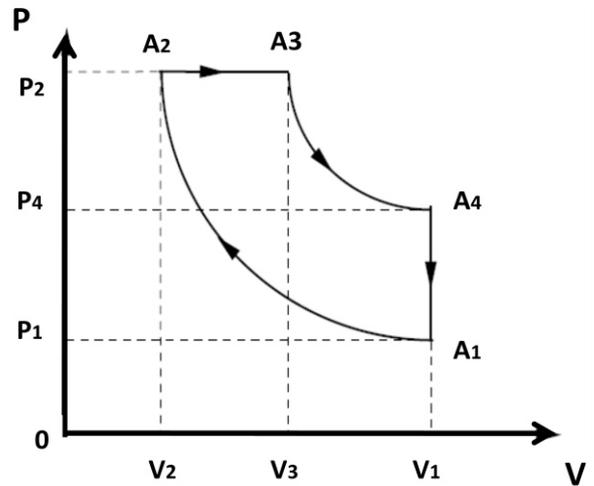
4°/ L'efficacité réelle du moteur vaut :

$$\eta_r = \frac{70}{100} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{70}{100} \left(1 - \frac{523}{823} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta_r = 0,255}$$

Exercice 04 :

Un moteur à combustion interne fonctionnant suivant le cycle Diesel.



A1A2: Compression adiabatique ($x=V_1/V_2$).

A2A3: Combustion à pression constante.

A3A4: Détente adiabatique réversible des gaz.

A4A1: Refroidissement isochore.

Pour une mole de gaz parfait.

1°/ Ce gaz est admis dans les cylindres à la pression $P_1=1\text{bar}$ et à la température $T_1=330\text{ K}$.

a - Calculer V_1 , P_2 et T_2 sachant que $x=14$.

2°/ En fin de combustion, la température du gaz est $T_3=2260K$. Calculer le volume V_3 et la chaleur Q_{23} reçue par ce gaz au cours de la transformation A_2A_3 .

3°/ Calculer la pression P_4 et la température T_4 en fin de détente.

4°/ a - Calculer la quantité de chaleur Q_{41} reçue par le gaz au cours de la transformation isochore.

b - Calculer le travail fourni par le moteur au cours d'un cycle.

c - Calculer le rendement η de ce moteur thermique.

Donnée :

$R = 8,32 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$, $C_p = 29 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. : $\gamma = 1,40$.

Solution

1°/ a - Calcule de V_1 , P_2 et T_2 :

$$PV = nRT$$

pour $n=1\text{mole}$

$$P_1V_1=RT_1 \Rightarrow V_1 = RT_1/P_1=(8,32 \times 330)/10^5$$

$$\Rightarrow \boxed{V_1 = 27 \text{ L}}$$

A_1A_2 adiabatique : $P_1V_1^\gamma=P_2V_2^\gamma$

$$P_2=P_1(V_1/V_2)^\gamma \Rightarrow P_2=P_1x^\gamma=10^5 \times 14^{1,40}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_2= 40.10^5 \text{ Pa}}$$

$$P_2V_2=RT_2 \Rightarrow T_2=P_2V_2/R$$

Or $V_2 = V_1/x$

$$\text{d'où } T_2=P_2V_1/(x.R)=40.10^5 \times 27.10^{-3}/(14 \times 8,32)$$

$$\Rightarrow \boxed{T_2=948 \text{ K}}$$

2°/ Calcule de V_3 et Q_{23} :

$$P_3V_3 = RT_3 \Rightarrow V_3 = RT_3/P_3$$

Puisque $P_3 = P_2$

$$V_3 = RT_3/P_2 = 8,32 \times 2260/40.10^5$$

$$\Rightarrow \boxed{V_3= 4,7 \text{ L}}$$

$Q_{23} = nC_p(T_3 - T_2)$ car détente isobare,

$$Q_{23} = C_p(T_3 - T_2) = 29(2260 - 948)$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_{23}=38 \text{ kJ}}$$

3°/ Calcule de P_4 et T_4 :

A_3A_4 est adiabatique $P_3V_3^\gamma = P_4V_4^\gamma$

$$P_4 = P_3(V_3/V_4)^\gamma \text{ or } V_4 = V_1 \text{ et } P_3 = P_2$$

$$\text{d'où } P_4 = P_2(V_3/V_1)^\gamma = 40.10^5 \times (4,7.10^{-3}/27.10^{-3})$$

$$\Rightarrow \boxed{P_4=3,4 \times 10^5 \text{ Pa}}$$

$P_4V_4 = RT_4$ pour une mole,

$$T_4 = P_4V_4/R \text{ or } V_4 = V_1$$

$$\text{d'où } T_4 = P_4V_1/R = 3,4 \times 10^5 \times 27 \times 10^{-3}/8,32$$

$$\Rightarrow \boxed{T_4= 1113 \text{ K}}$$

4°/ a - Calcule de Q_{41} :

$Q_{41} = nC_v(T_1 - T_4)$ car la transformation est isochore. Or $C_v = C_p/\gamma$ et $n = 1$

$$Q_{41} = C_p(T_1 - T_4)/\gamma = 29 \times (330 - 1113)/1,4$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_{41}= -16 \text{ kJ}}$$

b - Calcule du travail :

$$W_{\text{cycle}} = \Delta U_{\text{cycle}} - Q_{\text{cycle}}$$

Pour un cycle $\Delta U_{cycle} = 0$

$$W_{cycle} = -Q_{cycle} = -(Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41})$$

$Q_{12} = 0$ et $Q_{34} = 0$ (car ces transformations sont adiabatiques)

$$W_{cycle} = -(Q_{23} + Q_{41}) = -(38 \times 10^3 - 16 \times 10^3)$$

$$\Rightarrow \boxed{W_{cycle} = -22 \text{ kJ}}$$

W_{cycle} est bien négatif, comme prévu.

c - Calcule le rendement η :

$$\eta = \frac{|W_{cycle}|}{Q_{23}} = \frac{22 \times 10^3}{38 \times 10^3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta = 57\%}$$

Exercice 05 :

On considère une turbine à gaz de centrale électrique.

- l'état **1** est caractérisé par les valeurs : $P_1 = 100 \text{ kPa}$ et $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.
- la pression à laquelle est réalisée la combustion est : $P_2 = P_3 = 1780 \text{ kPa}$.
- les gaz comburés ont, à la sortie de la chambre de combustion $T_3 = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$.
- les transformations dans la turbine et le compresseur sont supposées isentropiques.

Calculer ;

1°/ les états (P, T) successifs du gaz au cours du cycle.

2°/ La quantité de chaleur Q dégagée par la combustion.

3°/ Le travail moteur, si le rendement global du cycle $\eta = 0,525$.

Donnée :

$$\gamma = 1,4 ; C_p = 1.01 \text{ kJ/kgK}$$

Solution

1°/ Les états (P, T) :

L'état **1** ; $P_1 = 100 \text{ kPa}$ et $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

L'état **2** ; $P_2 = 1780 \text{ kPa}$

Transformations 1→2 est isentropiques :

$PV^\gamma = \text{Cte}$.

donc :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_2 = 667,35 \text{ K}}$$

L'état **3** ; $P_3 = 17,8 \text{ kPa}$ et $T_3 = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$.

L'état **4** ; $P_4 = 100 \text{ kPa}$

Transformations 3→4 est isentropiques :

$PV^\gamma = \text{Cte}$.

donc :

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_4 = 559,26 \text{ K}}$$

2°/ Calcule de Q :

$$Q = C_p (T_3 - T_2)$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = 611,86 \text{ KJ / kg}}$$

3°/ Calcule de travail :

$$\eta = \frac{|W_{cycle}|}{Q} \Rightarrow W_{cycle} = \eta \times Q = 611,86 \times 0,525$$

$$\Rightarrow \boxed{W_{cycle} = 321,22 \text{ KJ / kg}}$$

Chapitre V

Machines frigorifiques

V-1 Machines dynamo-thermiques

Les machines dynamo-thermiques dites machines réceptrices, sont des machines de transfert de chaleur d'une source vers une autre chaude avec la nécessité d'avoir un travail supplémentaire pour assurer ce transfert, c'est le cas des :

Exemples : Machines frigorifiques, pompes à chaleur, liquéfacteurs de gaz.

V-2 Machines frigorifiques

A l'inverse des machines motrices ou leur but est de produire un travail mécanique à partir d'une quantité de chaleur au fluide moteur, les machines frigorifiques ou de production de froid pour l'usage domestique ou industriel ont pour but de refroidir une enceinte et ceci par apport d'un travail mécanique de compression fournie à l'installation afin de transférer de la chaleur de l'enceinte et des produits à refroidir et de la rejeter vers le milieu extérieur.

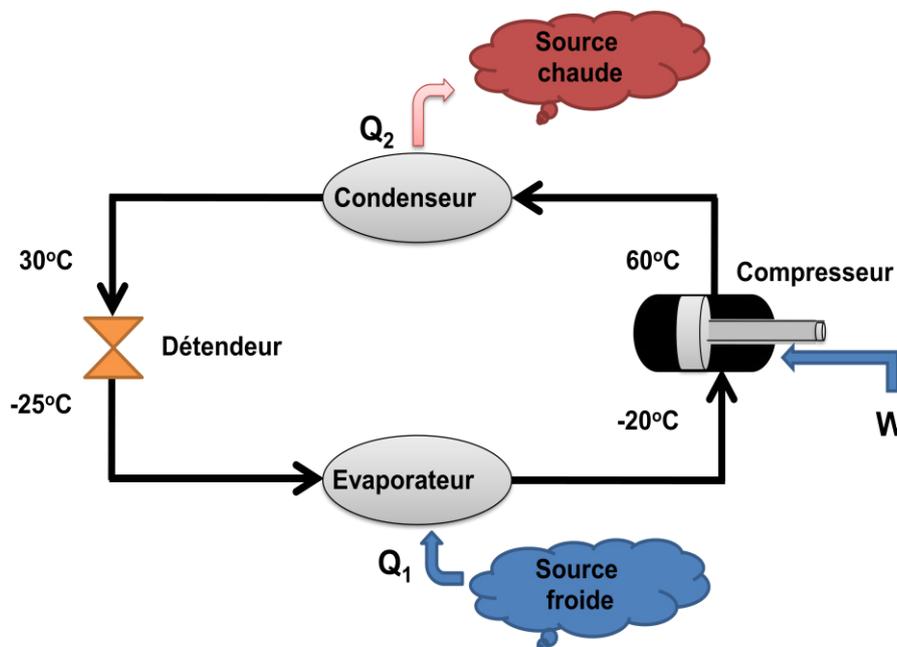


Figure V-1 : Schéma simplifié d'une machine frigorifique

La figure V-1 représenté un schéma simplifié d'une machine frigorifique. Cette machine est constituée principalement :

- **Evaporateur** : dans lequel la quantité de chaleur est soutirée de l'enceinte et des produits à refroidir par le fluide frigorigène.
- **Compresseur** : où le fluide frigorigène est comprimé à une pression supérieure telle que sa température de condensation. Cette compression, supposée adiabatique, est assurée par un travail mécanique fournit généralement par un moteur électrique.
- **Condenseur** : qui est un échangeur de chaleur dans lequel le fluide frigorigène à l'état de vapeur est liquéfié (condensé) en cédant de la chaleur au milieu extérieur (l'air ambiant).
- **Détendeur** : dans lequel le fluide frigorigène est détendu jusqu'à la basse pression de l'évaporateur.

V-3 Efficacité d'une machine frigorifique (Coefficient de performance)

La performance d'une machine frigorifique est qualifiée par l'efficacité η appelé aussi coefficient de performance et qui sont donné par le rapport entre la quantité de chaleur Q_2 reçue par le fluide frigorigène et le travail du cycle W_{cycle} .

D'après le 1^{er} principe, on a:

$$Q_1 + Q_2 + W = \Delta U = 0$$

D'après le 2^{ème} principe et pour un cycle réversible, on a :

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$$

Le coefficient de performance (**COP**) d'une machine dynamothermique, η est donné par :

$$\eta = \frac{\text{Froid produit}}{\text{Travail fourni}} = \frac{Q_1}{W}$$

$$\eta = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} > 1$$

V-4 Fluides frigorigènes

Parmi les fluides frigorigènes utilisés on distingue :

- L'air utilisé dans les cycles à compression de gaz.
- Le dioxyde de carbone ou l'anhydride CO_2 .
- L'ammoniac NH_3 est l'un des meilleurs fluides frigorigènes.
- Les fréons (Fréon 12 CCl_2F_2 ; Fréon 13 CClF_3 ; Fréon 14 CF_4 ; Fréon 22 CHClF_2).
- Les chlorofluorocarbones CFC.
- Les hydrochlorofluoro carbones HCFC. Ils sont désignés par RXYZ où X: x+1 atomes de carbone, Y: Y-1 atomes d'hydrogène, Z: Z atomes de fluor. Exemple le R125 représente C_2HF_5 .

V-4-1 Fluides frigorigènes de substitution

Vue les effets nocifs et néfastes des fluides frigorigènes pour la couche d'ozone qui sont représentés par les deux facteurs suivants :

- 1- L'ODP (Ozone Depletion Potential) c. a. d. le Potentiel de Destruction de la couche d'Ozone PDO.
- 2- Le GWP (Global Warning Potential) c. a. d. le Potentiel de Réchauffement Global PRG.

On pense à la substitution des fluides frigorigènes actuellement utilisés par des fluides ODP et GWP nuls ou faibles. On distingue :

V-4-1-a Dérivés halogènes à ODP (PDO) nul

Les hydrofluorocarbones HFC ne contenant pas du chlore ont un ODP nul, tel que le R125 (C_2HF_5), le R32 (CH_2F_2) et le R134a ($\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$), mais malheureusement leur GWP sont très élevés, respectivement égal à 3200, 580 et 1300.

V-4-1-b Fluides frigorigènes à ODP nul et faible GWP

Parmi les fluides frigorigènes à ODP nul et faible GWP on distingue :

- L'ammoniac NH_3 (R717) $\text{GWP} = 0$.
- Le propane (R290) $\text{GWP} = 0,2$.
- Le gaz carbonique (R744) $\text{GWP} = 0,1$.

V-4-2 Propriétés souhaitables pour les fluides

Les principales propriétés souhaitables d'un fluide frigorigène sont les suivantes :

- 1- Une forte chaleur latente de vaporisation.
- 2- Un faible volume massique de la vapeur.
- 3- Une température critique élevée pour que le cycle soit proche que possible de celle de Carnot.
- 4- Une capacité thermique massique à pression constante C_p suffisamment grande.
- 5- Une grande stabilité chimique.
- 6- Une bonne compatibilité avec le lubrifiant.
- 7- Que le fluide soit non inflammable et non toxique.
- 8- Qu'il soit aussi respectueux de l'environnement que possible.

V-5 Cycle frigorifique

Le cycle frigorifique peut être décrit comme étant une suite de transformations d'état d'un agent réfrigérant. Cette suite de changements s'effectue de manière périodique, avec un retour incessant à l'état initial (cycle). Ce qui est important en génie frigorifique, ce sont les variables d'état telles que la pression, la température et la densité, ainsi que leur interdépendance.

Le diagramme $(\log(p), h)$ permet en effet de représenter graphiquement les différentes variables d'état en fonction de leurs dépendances. L'axe vertical représente la pression de manière logarithmique, et l'axe horizontal représente l'enthalpie spécifique avec mise à l'échelle linéaire. L'utilisation de ce diagramme $(\log(p), h)$ simplifie considérablement les

calculs thermodynamiques, et elle est incontournable pour comprendre le fonctionnement des installations frigorifiques.

V-5-1 Cycle frigorifique dans le diagramme ($\log(p)$, h)

La particularité du cycle frigorifique est qu'il fonctionne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, c'est-à-dire à l'opposé de celui du cycle de Brayton.

Une transformation d'état se produit lorsque l'agent réfrigérant traverse l'un des quatre composants principaux de l'installation frigorifique. Le cycle frigorifique réel se compose des transformations d'état suivantes (Figure V-2):

- 1→2: Compression à la pression de condensation.
- 1→2': Compression isentropique.
- 2→2'': Refroidissement isobare.
- 2''→3': Condensation isobare.
- 3'→3: Refroidissement isobare, surrefroidissement du liquide.
- 3→4: Détente isenthalpique à la pression d'évaporation.
- 4→1': Evaporation isobare.
- 1'→1: Chauffage isobare, surchauffage de la vapeur.

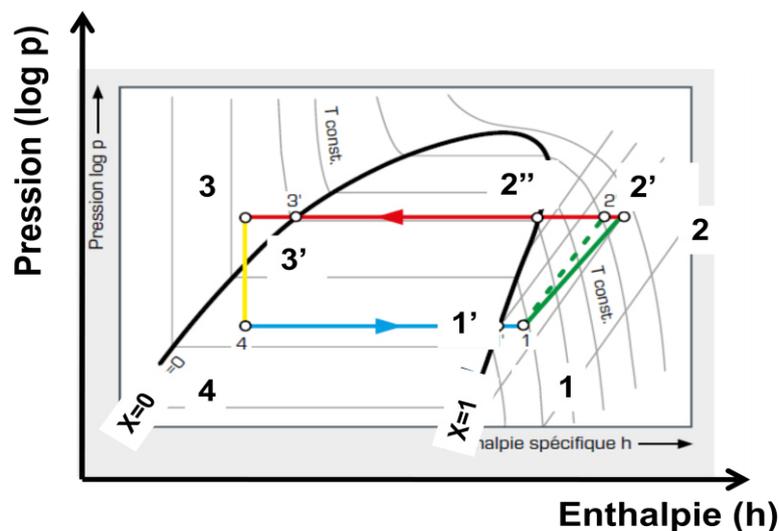


Figure V-2 : Cycle frigorifique dans le diagramme ($\log p$, h)

V-6 Pompe à chaleur (PAC)

Elle est basée sur le même principe qu'un réfrigérateur mais avec un objectif différent, c'est pomper de la chaleur d'une source froide et la restituer à une source chaude (c'est pour chauffer). La pompe à chaleur se compose de quatre composants :

- L'évaporateur qui permet la transformation du fluide frigorigène en vapeur.
- Le compresseur qui augmente la pression et la chaleur du gaz.
- Le condenseur qui permet au fluide frigorigène de restituer la chaleur à l'eau de chauffage.
- Le détendeur qui diminue la pression et la température du gaz.

Il existe quatre types de pompe à chaleur:

PAC air-air: c'est la plus répandue car l'air est partout.

PAC eau-eau.

PAC air-eau: exemple: chauffer l'eau d'une piscine en extrayant Q_F de l'air.

PAC eau-air: exemple: chauffer l'air d'une habitation en pompant Q_F d'un puits.

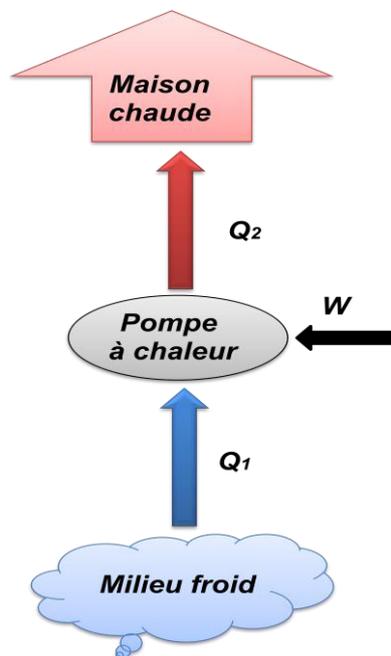


Figure V-3 : Machines dynamo-thermiques (Pompe à chaleur)

V-6-1 Coefficient de performance

L'efficacité, ou le coefficient de performance d'une pompe à chaleur n'est plus, comme pour les machines frigorifique, le rapport entre quantité de chaleur Q_2 et le travail du cycle:

$$\eta = -\frac{Q_2}{W_{\text{cycle}}}$$

Avec le travail du cycle :

$$W_{\text{cycle}} = -Q_1 - Q_2$$

$$\eta = -\frac{Q_2}{-Q_1 - Q_2} = \frac{1}{1 + \frac{Q_1}{Q_2}}$$

L'efficacité en fonction de T_1 et T_2 :

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{T_1}{T_2}} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} > 1$$

Exercice 01 :

Vrai ou Faux

1°/ Les machines frigorifiques dites machines motrice.

2°/ L'ammoniac NH₃ est un fluide frigorigènes à ODP nul.

3°/ Le cycle de Diesel est le cycle des moteurs à allumage commandé.

4°/ L'efficacité, d'une pompe à chaleur n'est plus, comme pour les machines frigorifique.

Solution

1°/ Faux ; Les machines frigorifiques sont des machines réceptrices.

2°/ Vrai.

3°/ Faux ; Le cycle de Diesel est le cycle des moteurs à allumage spontané.

4°/ Vrai.

Exercice 02 :

1°/ La température à l'intérieur d'un réfrigérateur est maintenue à 5°C, l'atmosphère extérieure étant à 20°C. Calculer l'efficacité de ce réfrigérateur.

2°/ Quelle serait son efficacité si la température de la pièce dans laquelle il est placé était à 14°C. Conclure

Solution

1°/ Calcule de l'efficacité :

$$e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f} = \frac{278}{293 - 278}$$

$$\Rightarrow e_c = 18,5$$

2°/ Si la température de la pièce était de 14°C l'efficacité serait

$$e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f} = \frac{278}{287 - 278}$$

$$\Rightarrow e_c = 30,9$$

L'efficacité est plus grande lorsque les températures des sources sont proches.

Exercice 03 :

1°/ Une pompe à chaleur fonction entre l'atmosphère extérieure et un local d'habitation. Elle maintient la température du locale à 20°C. La température extérieure est 12°C. Calculer son efficacité.

2°/ Quelle serait l'efficacité de cette pompe à chaleur si on voulait seulement atteindre la température de 18°C dans le local.

Solution

1°/ Calcule de l'efficacité :

$$e_c = \frac{T_c}{T_c - T_f} = \frac{293}{293 - 285}$$

$$\Rightarrow e_c = 36,6$$

2°/ Si le local doit être maintenu à la température de 18°C

$$e_c = \frac{T_c}{T_c - T_f} = \frac{291}{291 - 285}$$

$$\Rightarrow e_c = 48,5$$

La encore, l'efficacité est plus grande lorsque les températures des sources sont proches.

Exercice 04 :

Un réfrigérateur fonctionne entre deux sources chaude et froide aux températures constantes respectives T_c et T_f . W le travail reçu par le système, Q_c et Q_f les chaleurs reçues.

On constate que le rapport des quantités de chaleur échangée est lié au rapport des températures des sources : $\frac{Q_c}{Q_f} = -k \frac{T_c}{T_f}$, k étant une constante.

1°/ Donner l'expression de l'efficacité de cette machine frigorifique.

2°/ Comparer l'efficacité de cette machine frigorifique à son efficacité maximale.

Données :

$T_c = 293 \text{ K}$, $T_f = 268 \text{ K}$ et $k = 1,2$

Solution

1°/ L'expression de l'efficacité

D'après le premier principe $W + Q_c + Q_f = 0$

$$e_c = \frac{Q_f}{W} = \frac{Q_f}{-Q_c - Q_f} = \frac{1}{-1 - \frac{Q_c}{Q_f}}$$

2°/ Calcule de l'efficacité de cette machine frigorifique à son efficacité maximale :

$$e_c = \frac{1}{-1 + k \frac{T_c}{T_f}} = \frac{1}{-1 + 1,2 \frac{293}{268}}$$

$\Rightarrow e_c = 3,2$

Son efficacité maximale (de Carnot) est obtenue dans le cas réversible pour $k=1$

$$\eta_{max} = \frac{1}{-1 + k \frac{T_c}{T_f}} = \frac{1}{-1 + 1 \times \frac{293}{268}}$$

$\Rightarrow \eta_{max} = 10,7$

Exercice 05 :

La solution retenue pour la production d'eau chaude sanitaire d'une habitation est la technologie d'une pompe à chaleur (PAC). La PAC utilise l'air de la cave à la température constante de $T_1=11^\circ\text{C}$ afin de maintenir à la température de $T_2=55^\circ\text{C}$ l'eau d'un ballon d'accumulation.

Calculer l'efficacité théorique de ce chauffe-eau thermodynamique.

Solution

Pour un cycle, le 1^{ere} principe $W + Q_c + Q_f = 0$.

L'efficacité est définie par :

$$\eta = \frac{|Q_c|}{W} = \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}$$

Pour un cycle, le 2^{eme} principe

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0 \Rightarrow \frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c}$$

On déduit :

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

$$\eta = \frac{273 + 55}{55 - 11}$$

$\Rightarrow \eta = 7,45$

Références bibliographiques

- [1] G. Faverjon,
Thermodynamique : Cours, Méthodes, Exercice résolus,
Précis Bréal, édition, (2003).
- [2] C. Lhuillier, J. Rous,
Introduction à la thermodynamique,
Edition Dunod,(1994).
- [3] C. Coulon, S. L. Boiteux, P. Segonds,
Thermodynamique physique : Cours et exercices avec solutions,
Edition Dunod, (1997).
- [4] J. P. Perez,
Thermodynamique - Fondements et Applications,
2^{ème} édition, Mason, Paris (1996).
- [5] L. Vivier,
Turbines à vapeur et à gaz,
Edition Albin Michel, Paris, (1965).