

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn Khaldoun – Tiaret
Faculté des Sciences de la Matière
Département de Physique

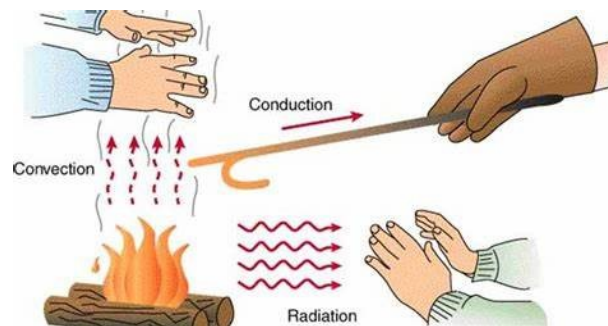


Physique énergétique

POLYCOPIE

Transfert de Chaleur et de masse I Cours et Travaux dirigés

PRESENTE PAR
Dr. Benaïssa TRARI



Année 2021 / 2022

Table des matières

Table des matières	3
I. Objectifs et outils	6
II. Avant propos	6
III. Organisation de la polycopie	6
Chapitre I. INTRODUCTION AUX TRANSFERTS DE CHALEUR	6
I. Introduction	9
II. Définitions	9
1. La Chaleur :.....	9
2. La Température :.....	9
3. Les Thermomètres	9
a. Echelle Celsius (°C).....	10
b. Echelle Kelvin (K)	10
c. Echelle Fahrenheit :	10
4. La conservation de la chaleur	10
5. La chaleur spécifique.....	10
6. L'enthalpie.....	11
7. La chaleur latente de changement d'état	11
8. Flux de chaleur	11
9. Puissance Thermique	11
10. Sens des transferts thermiques	12
III. Modes de Transfert Thermique	12
IV. Travaux Dirigés	14
Chapitre II TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION	17
I. INTRODUCTION	17
II. CONDUCTION	17
1. Equation de Fourier	18
2. Flux surfacique	18
3. Surfaces isothermes	19
4. Resistance thermique	20
5. Loi d'évolution T(e)	21
6. Transfert de chaleur multi-dimensionnel	21
7. Mur multicouches (résistances en série)	22
8. Températures d'interfaces.....	24
9. Evolution $T = f(R)$:	25
10. Parois parallèles	25
a. Analogie électrique :	26
III. GEOMETRIE CYLINDRIQUE	27
1. Loi de Fourier :	27
2. Loi d'évolution	28

3. Cas d'un Cylindre Multicouches.....	28
IV. GEOMETRIE SPHERIQUE.....	29
1. Flux de chaleur.....	30
2. Résistance thermique	30
<u>3. Surface moyenne appliquée aux deux surfaces, S_0 et S_1 :</u>	<u>30</u>
<u>4. Analogie électrique</u>	<u>30</u>
<u>5. Résumé :.....</u>	<u>30</u>
IV. TRAVAUX DIRIGES	31
Chapitre III TRANSFERT PAR CONVECTION.....	36
I. INTRODUCTION	36
II. DEFINITION	36
<u>1. Cas d'un Mur simple au contact de deux fluides</u>	<u>37</u>
<u>2. CAS D'UN CYLINDRE EN CONTACT AVEC DEUX MILIEUX FLUIDES.....</u>	<u>38</u>
III. CONVECTION NATURELLE	38
IV. CONVECTION FORCEE	38
V. ETUDE THERMIQUE	39
<u>1. Couche limite thermique sur une plaque plane :</u>	<u>39</u>
VI. ÉCOULEMENT INTERNE	40
<u>1. Écoulement laminaire pleinement développé.....</u>	<u>40</u>
VII. NOMBRES ADIMENSIONNELS.....	40
<u>1. Le nombre de Reynolds (Re)</u>	<u>41</u>
<u>2. Le nombre de Nusselt (Nu)</u>	<u>41</u>
<u>3. Le nombre de Grashof (Gr)</u>	<u>41</u>
<u>4. Le nombre de Prandtl (Pr).....</u>	<u>42</u>
<u>5. Corrélations empiriques Convection forcée sans changement de phase.....</u>	<u>42</u>
<u>5.1 Écoulement interne:</u>	<u>42</u>
<u>6. Récapulation</u>	<u>44</u>
VIII. BILAN THERMIQUE	44
IX. ÉCOULEMENT DANS DES TUBES DE FORME POLYGONALE.....	44
X. TRAVAUX DIRIGES	46
Chapitre IV TRANSFERT PAR RAYONNEMENT	50
I. DEFINITION	50
II. GRANDEURS UTILISÉS EN RAYONNEMENT	50
1. Angles solides.....	51
2. L'intensité énergétique	51
3. Le Flux rayonné	52
4. La Luminance	52
5. Emittance	52
6. Loi de Lambert	53

III. GRANDEURS RELATIVES A LA RECEPTION DU RAYONNEMENT	53
1. Eclairage	53
IV. RELATION ENTRE GRANDEURS D'EMISSION ET RECEPTION	53
V. CORPS NOIR	54
1. Propriétés du corps noir:	55
2. Grandeurs liées aux corps noirs	55
a. Loi de Planck :	55
b. Lois dérivées de la loi de Planck.....	56
c. Loi de Wien.....	56
d. Loi de Stefan-Boltzmann Emittance totale du corps noir	57
VI. CORPS REELS	58
1. Puissance (Emittance)thermique rayonnée par un corps réel (Loi de Kirchhoff).....	58
VII. CORPS GRIS	58
1. Emissivité d'un corps gris " ϵ "	58
VIII. ÉCHANGES RADIATIFS SEPARÉES PAR UN MILIEU TRANSPARENT	59
1. Échanges Radiatifs entre deux Surfaces noirs	59
a. Facteurs de formes	59
2. PUISSANCE NETTE ÉCHANGÉE	61
3. ÉCHANGES RADIATIFS DANS UNE ENCEINTE NOIRE.....	61
4. ANALOGIE ÉLECTRIQUE DES ÉCHANGES RADIATIFS	61
IX. ÉCHANGES RADIATIFS ENTRE CORPS REELS A TRAVERS UN MILIEU TRANSPARENT	62
1. Définition de la radiosité	62
2. Interprétation en termes d'analogie électrique	63
X. TRAVAUX DIRIGES	65
BIBLIOGRAPHIE	71

I. Objectifs et outils

A l'issue du polycopie l'étudiant sera en mesure de :

- ✓ Comprendre physiquement les trois modes de transferts thermiques en citant des exemples.
- ✓ Résoudre analytiquement des problèmes liés aux transferts thermiques
- ✓ Prévoir le sens d'un transfert thermique entre deux systèmes dans des cas concrets.

Outils

- Physique Générale
- Thermodynamique
- Mathématiques Générale

II. Avant propos

La présente polycopie est constituée d'une grande partie du programme de cours du semestre S5 et S6 du module « transfert de chaleur et de masse I et II » de la troisième année licence LMD spécialité « physique énergétique », enseignée de 2014 à 2022 au sein du département de physique de la faculté Science de la matière à l'université Ibn Khaldoun Tiaret.

Donc, c'est le fruit de huit années d'enseignement. Cette partie du programme est consacrée aux trois modes du transfert de chaleur ; conduction, convection et rayonnement thermique.

Cette polycopie peut être utile aux étudiants de :

- ⚙ Master « Énergétique et Énergie Renouvelable »
- ⚙ 3eme Licence Mécanique Énergétique
- ⚙ Licence et Master Mécanique Énergétique

Nous espérons qu'il sera d'une grande utilité pour mieux comprendre les principes des trois phénomènes du transfert de la chaleur. Les cours sont enrichis par plusieurs exemples et exercices corrigés.

Il est en cours " d'évolution ", mais le lecteur y trouvera un certain nombre de notions générales utiles pour constituer une base de savoir favorable à la compréhension des fondements du transfert thermique. Les exercices proposés ont été posés en séances de travaux dirigés des années précédentes permettant un travail individuel.

III. Organisation de la polycopie

La polycopie se limite à quatre chapitres,

Chapitre 1

Le premier chapitre présente de manière générale les trois modes de transfert de chaleur avec des exemples relatifs à chaque mode. Dans le but est de familiariser l'étudiant peu à peu avec ces phénomènes coexistant naturellement et pratiquement dans notre vie quotidienne.

Chapitre 2

Le deuxième chapitre est réservé à la conduction bidimensionnelle en régime permanent où le concept de facteur de forme pour les différentes configurations pratiques est présenté. En plus,

l'analogie électrique, les méthodes numériques par différences finies, utilisées pour le traitement des équations différentielles et l'analyse mathématique de la conduction bidimensionnelle sont aussi présentés.

Chapitre 3

Le troisième chapitre constitue un rappel de la convection libre et forcée. Les formules couramment utilisées en convection libre et forcée et les différents nombres sans dimensions sont aussi présentés.

Chapitre 4

Le quatrième est le dernier chapitre, est consacré à la description du phénomène de rayonnement thermique, en commençant par les définitions préliminaires des différents paramètres relatifs à ce mode pour passer ensuite, aux lois régissant la transmission de la chaleur par rayonnement.

Pour chaque chapitre, nous avons cité des exemples numériques simples d'illustration.

A la fin de chaque chapitre, nous avons proposé des exercices corrigés sélectionnés convenablement pour chaque problème traité.

En fin, nous souhaitons que le lecteur profite largement de ce présent polycopie, en espérant qu'il sera utile.

CHAPITRE I

I. Introduction

Le transfert de chaleur est une science fondamentale qui traite du taux de transfert d'énergie thermique. Dans la pratique de l'ingénierie, la compréhension des mécanismes de transfert de chaleur devient de plus en plus importante, car le transfert de chaleur joue un rôle crucial dans la conception de véhicules, de centrales électriques, de réfrigérateurs, d'appareils électroniques, de bâtiments et de ponts, entre autres. Même un chef de cuisine doit avoir une compréhension intuitive du mécanisme de transfert de chaleur afin de cuire les aliments « correctement » en ajustant le taux de transfert de chaleur. Nous ne le savons peut-être pas, mais nous utilisons déjà les principes du transfert de chaleur pour rechercher le confort thermique. Nous isolons notre corps en mettant de gros manteaux en hiver, et nous minimisons les gains de chaleur par rayonnement en restant dans des endroits ombragés en été. Nous accélérons le refroidissement des aliments chauds en soufflant dessus et nous gardons au chaud par temps froid en nous blottissant et en minimisant ainsi la surface exposée. C'est-à-dire que nous utilisons déjà le transfert de chaleur, que nous le réalisons ou non (Cengel and Ghajar, 2007).

II. Définitions

1. La Chaleur :

C'est une forme **transitoire** d'énergie qui se propage, à la suite d'une différence de température.

Notée : **Q** ; Unité : le Joule **J** ; en calories (1cal = 4,18 Joules)



Figure I-1. James Prescott JOULE
(1818-1889) (GB)

2. La Température :

C'est la manifestation mesurable de la chaleur stockée.
Elle s'exprime en : °C (degrés Celsius) ou en K (Kelvin)



Figure I-2. Anders CELSIUS
(1701-1744) (Suède)

3. Les Thermomètres

Le thermomètre est un appareil de mesure de la température corporelle ou de la température d'autres substances. Il a été inventé en Italie par Santorio qui a amélioré le principe du thermoscope et du baromètre pour créer un dispositif capable de mesurer et afficher la température d'un objet donné.

Il y'a plusieurs types parmi eux :

- Thermomètre à dilatation de liquide.
- Thermomètre à résistance
- Thermomètre à thermistance
- Les échelles thermométriques

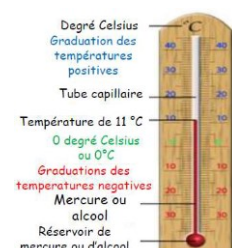


Figure I-3. Thermomètre

a. Echelle Celsius (°C)

- 0 °C correspond à la température de la glace fondante
- 100 °C correspond à la température de l'eau sous ébullition sous pression atmosphérique
- 1°C subdivision entre ces deux références

b. Echelle Kelvin (K)

- Zéro absolu : température où il n'y'a plus d'agitation thermique des particules
- 0 (K) = (-273 °C)
- T(K) = T (°C) +273

c. Echelle Fahrenheit :

- Unité de température équivalente à °F = (9/5°C + 32)
- Températures de congélation et d'ébullition de l'eau à 32 °F et 212 °F, respectivement.

4. La conservation de la chaleur

La chaleur est une forme d'énergie, donc elle est soumise au Premier principe qui stipule que, dans un système thermodynamique, la différence d'énergie contenue dans ce système après une transformation est égale à l'énergie échangée avec l'extérieur. En gros, s'il y a un gain d'énergie, ça veut dire qu'on a reçu de l'énergie de l'extérieur, et s'il y a une perte d'énergie, c'est qu'on a transmis de l'énergie à l'extérieur du système. L'énergie ne disparaît pas, elle est transmise de système en système.

5. La chaleur spécifique

La chaleur spécifique C_p est la capacité calorifique de l'unité de masse d'un corps homogène. La relation fondamentale :

$$\Delta Q = m.c_p.\Delta T$$

Exprime que, si un corps de masse m stocke ΔQ joules, sa température s'élèvera de ΔT .

C_p , la chaleur spécifique (en J/ (kg K)) est une propriété physique des matériaux qui dépend généralement de la température.

Elle caractérise la capacité du matériau à emmagasiner de la chaleur. La chaleur spécifique d'une substance est fonction de sa structure moléculaire et de sa phase.

Si on ne raisonne plus en termes de masse mais de débit massique \dot{m} la quantité de chaleur sera exprimée par unité de temps. C'est alors la disponibilité instantanée de l'énergie qui est précisée et on sera donc amené dans ce cas à exprimer le flux (en Watts) liée à la variation de température sous la forme :

$$\partial\phi = \dot{m}.c_p.\partial T \text{ Soit } \phi = \dot{m} \int_{T_i}^{T_f} c_p.\partial T$$

L'étude expérimentale de la mise en équilibre thermique de deux corps de masse m_1 et m_2 et de natures différentes, montre que la température d'équilibre de l'ensemble n'est pas la moyenne de leurs températures initiales T_1 et T_2 , même s'ils ont la même masse.

On constate que tout se passe comme si chaque corps disposait au départ d'un capital thermique qui, rapporté à sa masse, était proportionnel à sa température. Les coefficients de proportionnalité C_1 et C_2 dépendent de la nature du corps. Comme la chaleur perdue par le corps chaud est gagnée par le corps froid on obtient la température d'équilibre :

$$T = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

6. L'enthalpie

On appelle "enthalpie" la quantité d'énergie contenue dans l'unité de masse d'un corps porté de la température de référence T_0 à une température T . [$H(T_0) = 0$; avec $T_0 = 0^\circ\text{C}$ ou 20°C selon les tables] : $\Delta H = \Delta Q/m$ [J/kg]

7. La chaleur latente de changement d'état

- ✓ La **chaleur latente** spécifique d'une substance est la quantité de chaleur nécessaire pour entraîner le changement de phase d'une unité de masse de la substance.
- ✓ L'unité SI de la **chaleur latente** spécifique est le **J/kg**.
- ✓ La **chaleur latente** de **fusion** est la quantité d'énergie thermique dégagée par **1 kg** de substance solide (quand elle fond) sans qu'il y ait de changement de température.
- ✓ La **chaleur latente** de **vaporisation** est la quantité d'énergie thermique nécessaire pour transformer à l'état de vapeur **1 kg** d'une substance sans qu'il y ait changement de température.

8. Flux de chaleur

C'est la quantité d'énergie thermique dQ échangée pendant la durée dt

$$d\phi = dQ / dt$$

- Unités : en J/s ou encore en Watts
- Les transferts de chaleur sont mesurés par des flux.

9. Puissance Thermique

Tout appareil (chaudières ou poêles) produisant de la chaleur est caractérisé par une certaine puissance, exprimée généralement en watts (W) ou (KW)



Figure I-4. Radiateur

10. Sens des transferts thermiques

Un **transfert de chaleur** s'effectue toujours spontanément **du corps chaud vers le corps froid**.
L'**équilibre thermique** est atteint lorsque les corps sont à la **même température**

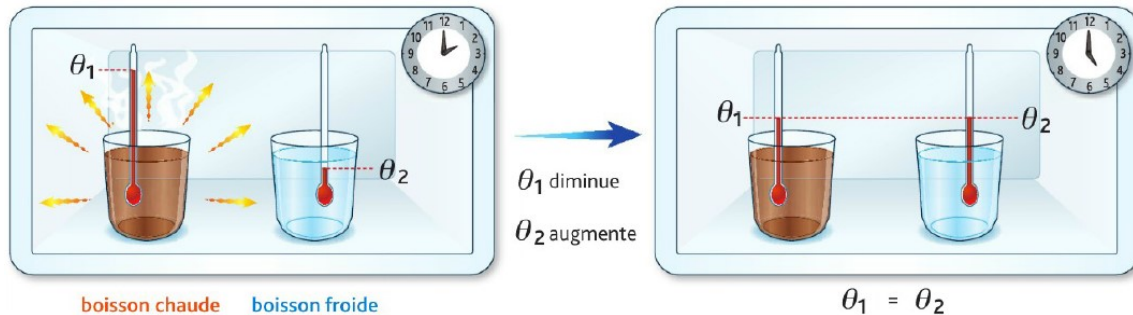


Figure I-5 : sens du transfert thermique (Livre de physique chimie de 1STI2D Hachette (Collection Durandea))

III. Modes de Transfert Thermique

On distingue trois mécanismes d'échange de chaleur entre milieux matériels

- ❑ **Conduction** : La conduction est définie comme étant le mode de transmission de la chaleur au sein d'un milieu opaque (solide, liquide ou gazeux), sans déplacement de la matière, en présence d'un gradient de température.
- ❑ **Convection** : La convection consiste essentiellement en la transmission de l'énergie par le mouvement ou le déplacement macroscopique d'une parcelle (grand nombre de molécules), généralement d'un fluide d'une région à autre. Ce mécanisme est accompagné toujours par le transfert d'énergie dû au mouvement moléculaire et qui représente le côté conductif de ce mode.

On distingue deux types de convection ; la convection naturelle (convection libre) où le mouvement des particules est dû aux différences de température qui sont imposées au fluide. La différence de température implique une différence de masses volumiques (déplacement des particules, dilatation), exemple (chauffage de l'air pour une montgolfière, chauffage de l'eau dans un récipient). La convection forcée où le mouvement des particules résulte de la pression appliquée au fluide par l'intermédiaire des moyens mécaniques, (d'une pompe par exemple).

Le transfert de la chaleur par convection, se produit entre deux phases dont l'une est généralement au repos et l'autre en mouvement, en présence d'un gradient de température. Le mouvement du fluide peut résulter de la différence de masses volumiques (ρ) due aux différences de températures.

- **Rayonnement** : Le rayonnement est le transfert d'énergie électromagnétique d'un milieu à haute température vers un autre milieu à basse température sans aucun support matériel (il peut s'effectuer dans le vide). En général, tout corps opaque ou partiellement opaque porté à une température supérieure à zéro Kelvin rayonne de l'énergie dans toutes les directions. Cette énergie est transportée sous forme d'une onde électromagnétique dont la propagation n'exige pas du support matériel. Ce type de transport de chaleur est analogue à la propagation de la lumière et il ne nécessite aucun support matériel, contrairement aux écoulements. Les gaz, les liquides et les solides sont capables d'émettre et d'absorber les rayonnements thermiques.

IV. Travaux Dirigés

Exercice 1

On étudie l'élévation de température des plaquettes de frein du scooter lors d'un freinage brutal. La masse totale du scooter additionnée à celle du conducteur est de 160 kg et sa vitesse au début du freinage est de 36 km/h.

- 1) Calculer, en joule, l'énergie cinétique E_c que possède le scooter avant de freiner.
- 2) Au cours du freinage, on admet que toute l'énergie cinétique du scooter se transforme intégralement en chaleur. Les plaquettes de freins, de masse totale de 150 g, sont en céramique de carbone de capacité thermique massique 260 J/(kg. °C)

Calculer, en °C, l'augmentation de température ($T_f - T_i$) des plaquettes.

- 3) Pour chaque ligne, cocher la bonne case :

- Lors du freinage, l'énergie cinétique est conservée.
- Lors du freinage, l'énergie cinétique est dégradée.
- L'énergie cinétique double si la vitesse double.

V	F
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Lors du freinage, le mode de transfert de l'énergie cinétique en énergie thermique est le travail mécanique.

Réponse :

- 1) $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = 8 \text{ KJ}$
- 2) $E_c = Q = m \cdot C \cdot \Delta T$; d'où $\Delta T = 205^\circ\text{C}$
- 3) a. Faux ; b. Vraie ; c. Faux ; d. Vraie

Exercice 2

Pour chauffer une chambre de volume 40 m³, on utilise un radiateur électrique. La pièce est à 14°C et on veut obtenir une température de 19°C.

- 1) Sachant qu'un litre d'air a une masse de 0,0013 kg, calculer la masse d'air contenu dans la chambre.
- 2) Quelle énergie thermique E en joules doit-on fournir pour amener la température de la pièce de 14°C à 19°C ?

On suppose que les échanges thermiques avec l'extérieur sont négligeables.

La chaleur massique de l'air $c = 1003 \text{ J.kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$.

- 3) Sachant que la résistance R du radiateur est de 20 ohms, calculer l'intensité I du courant nécessaire pour atteindre cette température en 15 minutes.



Réponse :

- 1) Volume = 40 m³ = 40 000 litres ; d'où la masse correspondante est = 52 kg.
- 2) $E_c = m \cdot C \cdot \Delta T = 260780 \text{ J}$
- 3) Sachant que la puissance = RI^2 = (Energie (ou le travail)) / temps, alors $I = 29.483 \text{ Ampère}$

Exercice 3

Sur une bouilloire électrique sont inscrites les indications : 230 V - 50 Hz - 2 000 W.

- 1) Calculer l'intensité I du courant électrique qui traverse la résistance de cette bouilloire.
- 2) Calculer la mesure R de cette résistance.

- 3) La bouilloire fonctionne pendant 4 minutes et 40 secondes. Calculer l'énergie électrique W_a absorbée.
- 4) Ce temps est celui nécessaire, avec cette bouilloire, pour porter à ébullition 1,5 L d'eau dont la température initiale est 15 °C. Calculer l'énergie W_u utile correspondante. (Ceau=4190 J/kg.°C)
- 5) a) L'énergie électrique absorbée W_a est supérieure à l'énergie W_u nécessaire pour faire bouillir l'eau. Comment peut-on expliquer cette différence ?
- b) Calculer le rendement de la bouilloire.

Réponse :

- 1) La puissance $P = U.I$; d'où $I=8.696$ A
- 2) La tension du courant $U=RI$; d'où $R=26.45$ Ohms
- 3) $W_a=R.I.t= 64402,57$ Watt
- 4) $W_u= Q/t= (m.C. (100^\circ\text{C}-15^\circ\text{C})) / t = 1\ 907,947$ watts ; avec $m=1.5\text{Kg}$
- 5) a. La conversion n'est pas intégrale, il y'a des pertes thermiques.
- b. Rendement = $\frac{\text{energie ou chaleur recue(utile)}}{\text{Energie ou chaleur fournie (absorbée)}} = 100 - 02,965 = 97,035\%$

Exercice 4

1) Un chauffe-eau à production d'eau instantanée a un débit de 2 litres par minute. Il élève la température de l'eau de 15° à 70°C.

Calculer la quantité de chaleur Q absorbée par l'eau en une minute.

On donne :

- capacité thermique massique de l'eau : $C= 4\ 180$ J.kg-1 °C-1
- masse d'un litre d'eau : 1 kg

2) un autre chauffe-eau a un débit de 3 litres par minute. Il élève la température de l'eau de 15° à 65° C. Calculer la puissance P calorifique correspondante.

Réponse :

- 1) $Q= m.C (T_2-T_1) = 459\ 800$ Joule
- 2) La Puissance = $Q.C.\Delta T= 6\ 270$ watts

Exercice n°5 : Chauffe-eau "instantané"

En utilisant les données de la notice descriptive ci-contre :

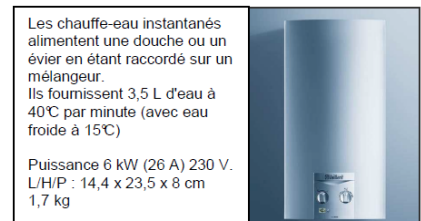
1°/ Calculer la quantité nécessaire pour chauffer les 3,5 L d'eau dans les conditions indiquées.

Donnée : $C_{\text{eau}} = 4,2$ kJ.kg-1. K-1

2°/ En déduire la puissance correspondante et comparer celle-ci à la valeur indiquée sur la notice.

Réponse :

- 1) $Q= m.C (T_2-T_1) = 3.5*4200*(40-15) = 367,5$ KJ
- 2) Puissance = $Q/t= 367.5/60=6.125$ KWatt



CHAPITRE II

I. INTRODUCTION

La conduction thermique est l'un des trois modes de base du transport de l'énergie thermique (la convection et le rayonnement étant les deux autres) et est impliquée dans pratiquement toutes les opérations de transfert de chaleur des procédés. Dans les équipements d'échange de chaleur commerciaux, par exemple, la chaleur est conduite à travers une paroi solide (souvent une paroi tubulaire) qui sépare deux fluides ayant des températures différentes. Par ailleurs, la notion de résistance thermique, qui découle des équations fondamentales de la conduction thermique, est largement utilisée dans l'analyse des problèmes posés par la conception et le fonctionnement des équipements industriels. De plus, de nombreux problèmes d'ingénierie de processus de routine peuvent être résolus avec une précision acceptable en utilisant des solutions simples de l'équation de conduction thermique pour les géométries rectangulaires, cylindriques et sphériques.

Ce chapitre fournit une introduction à la théorie macroscopique de la conduction thermique et à ses applications en ingénierie. Le concept clé de résistance thermique, utilisé tout au long du texte, est développé ici, et son utilité dans l'analyse et la résolution de problèmes d'intérêt pratique est illustrée.

II. CONDUCTION

La conduction thermique est un mode de transfert thermique, qui s'effectue sans transport de matière.

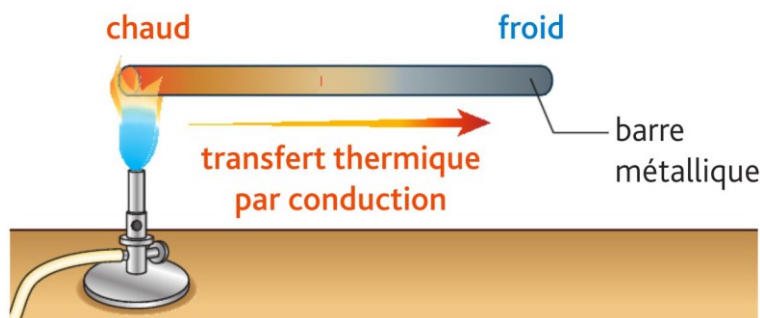


Figure II-1. Transfert Thermique par Conduction

Le processus de conduction de la chaleur s'effectue de proche en proche, la chaleur passe spontanément des corps les plus chauds aux corps les plus froids.

La chaleur se transmet sans déplacement de matière, par contact moléculaire entre un ou plusieurs corps qui se touchent. Il suffit de chauffer l'extrémité d'un morceau de métal pour que la chaleur s'y propage.

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : la densité du flux est proportionnelle au gradient de température :

Un transfert d'énergie a lieu chaque fois :

- ⊗ Qu'un gradient de température existe à l'intérieur d'un système,
- ⊗ Ou lorsque deux systèmes à températures différentes sont mis en contact.

Le transfert peut être défini comme la transmission d'énergie d'une région à une autre sous l'influence d'un gradient.

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier. La densité de flux est proportionnelle au gradient de température.

1. Equation de Fourier

$$\vec{\phi} = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T)$$

$$\vec{\phi} = \phi_x \vec{i} + \phi_y \vec{j} + \phi_z \vec{k}$$

$$\phi_x = -\lambda \cdot A_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$$

Ou sous forme algébrique :

$$\phi_y = -\lambda \cdot A_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\phi_z = -\lambda \cdot A_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z}$$

Avec :

ϕ	Flux de chaleur transmis par conduction	(W)
λ	Conductivité thermique du milieu	(W/m.°C)
x	Variable d'espace dans la direction du flux	(m)
S	Aire de la section de passage du flux de chaleur	(m ²)

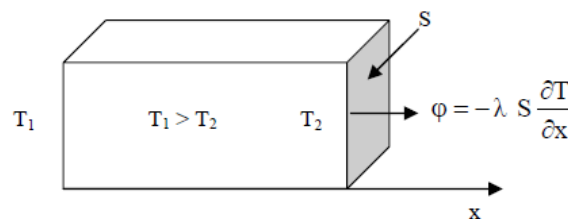


Figure II-2. (Jannot, 2012)

2. Flux surfacique

Le flux surfacique représente la puissance échangée par unité de surface. :

$$\phi = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \text{ et } \phi = \frac{\phi}{S} = -\lambda \frac{dT}{dx} = cste ; \phi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e}{\lambda}} [W / m^2]$$

Unité de la conductivité thermique :

Système d'unité	Système international (SI)	Système des thermiciens (S Th)	Système anglo-saxon (AS)
Unité	$\frac{W}{m \cdot ^\circ C}$	$\frac{kcal}{h \cdot m \cdot ^\circ C}$	$\frac{Btu}{hr \cdot ft \cdot ^\circ F}$

On trouvera dans le tableau ci-après les valeurs de la conductivité thermique de certains matériaux parmi les plus courants.

Matière	λ / $W m^{-1}K^{-1}$	Matière	λ / $W m^{-1}K^{-1}$
Air	0,025104	Glace (H ₂ O) (solide)	2,092
Aluminium	225,94	Fer	71,965
Aluminium (liquide)	92,048	Plomb	34,309
Antimoine	18,41	Plomb (liquide)	16,318
Argon (gaz)	0,017991	Magnésium	150,62
Arsenic	4,184	Magnésium (liquide)	83,68
Beryllium	184,1	Mercury (liquid)	8,368
Bismuth	8,368	Molybdène	133,89
Bismuth (liquide)	10,878	Nickel	87,864
Bronze	117,15	Platine	69,036
Carbone, diamand	543,92	Plutonium	82,006
Carbone, graphite (type k)	167,36	Polyéthylène, haute densité	0,50208
Cuivre	397,48	Polystyrène moussé (d = 0.038) (1 atm)	0,032844
Gallium	33,472	Silicium	125,52
Germanium (intrinsèque, p-type)	58,576	Titane	20,92
Germanium (n-type)	58,576	Tungstène	196,65
Verre	1,046	Eau (H ₂ O) (liquide)	0,6025
Or	317,98	Zinc	111,71
Or (liquide)	167,36	Zinc (liquide)	59,413

Tableau II-1. conductivité de matériaux à 20°C (Battaglia et al., 2020)

Remarque : En général, la conductivité thermique d'un solide est plus grande que celle d'un liquide, qui est plus grande que celle d'un gaz. Comme illustré à la figure 2.4, la conductivité thermique d'un solide peut être supérieure de plus de quatre ordres de grandeur à celle d'un gaz. Cette tendance est due en grande partie aux différences d'espacement intermoléculaire pour les deux états.

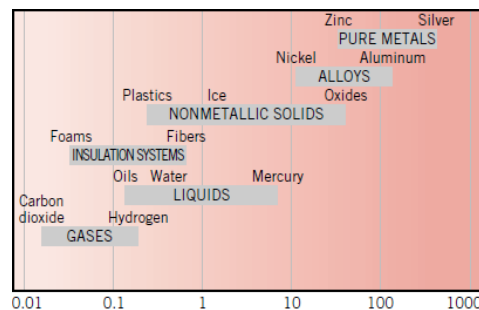


Figure II-3. Gamme de conductivité thermique pour divers états de la matière (Bergman et al., 2011)

3. Surfaces isothermes

Les surfaces isothermes sont des plans parallèles aux surfaces isothermes S_0 et S_1

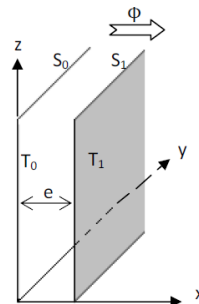


Figure II-4. Surfaces Isothermes

4. Résistance thermique

Une paroi plane, dont deux faces sont à des températures différentes T_1 et T_2 , est le siège d'un transfert thermique par conduction

Lorsque les températures T_1 et T_2 sont constantes au cours du temps, le flux s'exprime aussi par :

$$\varphi = \frac{T_1 - T_2}{R_{th}}$$

Avec T_1 et T_2 en (Kelvin) ou en ($^{\circ}\text{C}$) et $T_1 > T_2$

☐ Résistance thermique surfacique : $R_{th} = \frac{e}{\lambda} [^{\circ}\text{C} \cdot \text{m}^2 / \text{W}]$

☐ Résistance thermique globale : $R_{th} = \frac{e}{\lambda \cdot S} [^{\circ}\text{C} / \text{W}]$

Avec e en (m), S en (m^2), λ en ($\text{K} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

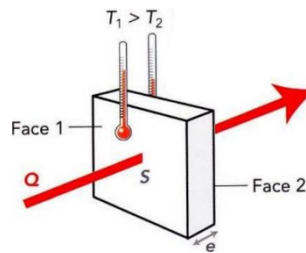


Figure II-5. Transfert à travers une paroi plane

La résistance thermique R_{th} d'une paroi plane dépend de la conductivité thermique du matériau λ , de son épaisseur e et de la surface S traversée par le flux.

Remarque :

- ☐ Pour un même écart de température entre les 2 faces d'une paroi, plus la résistance thermique de la paroi est grande, plus le flux thermique est faible.
- ☐ Une paroi de grande résistance thermique est un bon isolant thermique.

Remarque :

Les fabricants d'isolant indiquent en général la valeur de la résistance thermique ramenée à une surface de 1 m^2 ; elle est alors notée R et exprimée en ($\text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$).

Ex : plaque de laine de verre de Dimensions : $2,10 \times 1,2 \text{ m}$; Epaisseur : 240 mm ; $R_{th} = 6,85 \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$.

Dans le secteur de l'isolation des bâtiments, les différentes grandeurs sont habituellement ramenées à une surface de 1 m^2 .

Le flux thermique surfacique φ s'exprime alors en ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$). Dans ce cas, il représente l'énergie transférée par unité de temps et par unité de surface de l'isolant.

a. Analogie électrique

Un fil électrique de longueur L, de section S et de conductivité électrique R soumis à une différence de potentiel ΔU, laisse passer un courant électrique tel que :

$$\Delta U = U_A - U_B = R \cdot I$$

Cette équation est analogue à celle donnant le potentiel thermique :

$$\Delta U = T_A - T_B = R_{th} \cdot \Phi$$

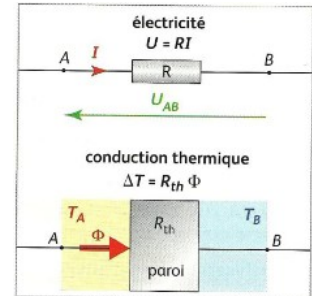


Figure II-6. Résistance électrique

5. Loi d'évolution T(x)

La distribution de la température dans la paroi peut être déterminée en résolvant l'équation de la chaleur avec les conditions aux limites appropriées. Pour des conditions de régime permanent sans source ni puits d'énergie répartis dans le mur, la forme appropriée de l'équation de la chaleur

T(x) est la température en un point de coordonnée « x » d'une surface isotherme

$$-\lambda \int_{T_1}^{T(x)} dT = \varphi \int_0^x dx \text{ alors } -\lambda \times (T(x) - T_1) = \varphi \cdot X$$

$$-\lambda \times (T(x) - T_1) = \frac{T_1 - T_2}{e} \cdot \lambda \times X \text{ d'où}$$

Sous la forme $f(x) = ax + b$: $T(x) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{e} \times X$ donc c'est une évolution linéaire

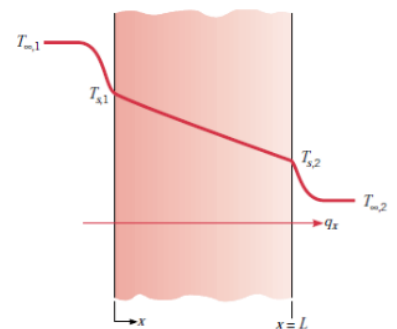


Figure II-7. Evolution de la température

6. Transfert de chaleur multi-dimensionnel

En fonction des amplitudes relatives des taux de transfert de chaleur dans différentes directions et du niveau de précision recherché, les problèmes de transfert de chaleur peuvent être classés comme unidimensionnels, bidimensionnels ou tridimensionnels. Le transport de chaleur à travers un matériau est tridimensionnel dans le cas le plus général.

En coordonnées rectangulaires, le vecteur de conduction thermique peut être exprimé en termes de ses composants comme :

$$\vec{\varphi} = \varphi_x \vec{i} + \varphi_y \vec{j} + \varphi_z \vec{k}$$

Où \vec{i} , \vec{j} et \vec{k} sont les vecteurs unitaires, et φ_x , φ_y , and φ_z sont les amplitudes des taux de transfert de chaleur dans les directions -x, -y et -z, qui peuvent à nouveau être déterminés à partir de la loi de Fourier comme :

$$\varphi_x = -\lambda \cdot A_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\varphi_y = -\lambda \cdot A_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\varphi_z = -\lambda \cdot A_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z}$$

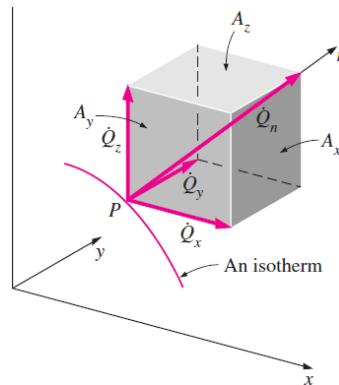


Figure II-8. Vecteur de transfert de chaleur (Cengel and Ghajar, 2007)

La majorité des matériaux d'ingénierie sont **isotropes**, ce qui signifie qu'ils ont les mêmes qualités dans toutes les directions.

7. Mur multicouches (résistances en série)

Soient « n » couches de matériaux différents

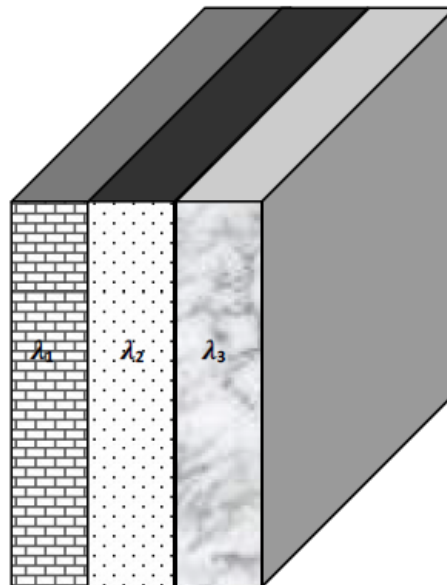
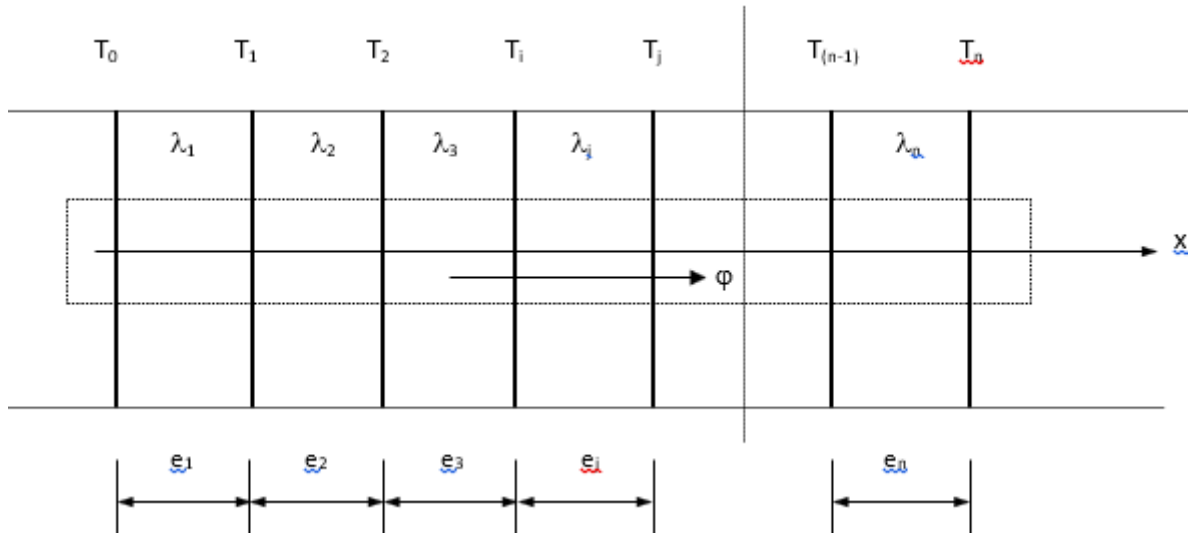


Figure II-9. Mur multi-couches

REMARQUE :

- ⊗ Pas d'accumulation de chaleur dans les matériaux
- ⊗ Problème unidimensionnel
- ⊗ Conservation du flux dans un tube de flux.

Etablissement :

→ Conservation du flux : $\phi = \phi_{0 \rightarrow 1} = \phi_{1 \rightarrow 2} = \phi_{2 \rightarrow i} = \phi_{i \rightarrow j} = \dots$

$$\text{Et : } \phi_{0 \rightarrow 1} = \frac{(T_0 - T_1)}{\frac{e_1}{\lambda_1}} ; \phi_{1 \rightarrow 2} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{e_2}{\lambda_2}} ; \phi_{(n-1) \rightarrow n} = \frac{(T_{(n-1)} - T_n)}{\frac{e_n}{\lambda_n}}$$

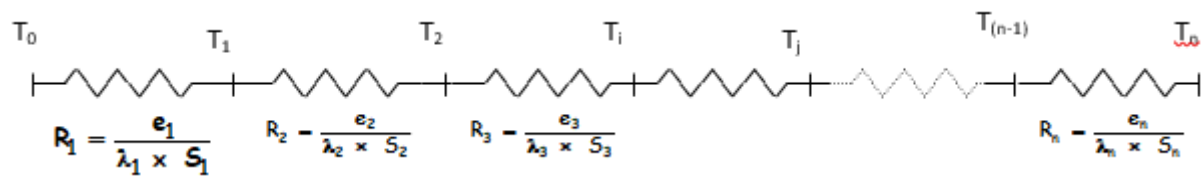
$$\text{D'où : } \phi = \frac{(T_0 - T_1)}{\frac{e_1}{\lambda_1}} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{e_2}{\lambda_2}} = \dots = \frac{(T_{(n-1)} - T_n)}{\frac{e_n}{\lambda_n}}$$

$$\text{On obtient : } \phi = \frac{(T_0 - T_n)}{\sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i}} \quad \text{ou} \quad \phi = \frac{(T_0 - T_n)}{R}$$

Avec : R = résistance totale Surfaccique de la paroi.

$$\text{En impliquant la surface : } \Phi = \frac{(T_0 - T_n)}{\sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i} \times S_i} ; \quad \Phi = \frac{S \times (T_0 - T_n)}{\sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i}} \quad (\text{si } S = \text{cste})$$

En série, la résistance totale est égale à la somme des résistances.



8. Températures d'interfaces

Afin de déterminer les températures d'interfaces, plusieurs solutions sont envisageables :

- Détermination des pentes d'évolution de $T = f(e)$ dans chaque matériau
(résolution par calculs ou graphique)
- En reprenant l'équation du flux :

$$\varphi_{0 \rightarrow 1} = \frac{(T_0 - T_1)}{\frac{e_1}{\lambda_1}} \quad T_1 = T_0 - \varphi \times \left(\frac{e_1}{\lambda_1} \right)$$

$$\varphi_{0 \rightarrow 2} = \frac{(T_0 - T_2)}{\left(\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} \right)} \quad T_2 = T_0 - \varphi \times \left(\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} \right);$$

$$T_j = T_0 - \varphi \times \left(\sum_{i=1}^j \frac{e_i}{\lambda_i} \right)$$

D'où la généralisation :

$$\text{Avec : } \varphi = \frac{(T_0 - T_n)}{R} \quad \text{d'où : } T_j = T_0 - \frac{(T_0 - T_n)}{R} \times \left(\sum_{i=1}^j \frac{e_i}{\lambda_i} \right)$$

9. Evolution $T = f(R)$:

Cette dernière relation montre que l'évolution $T = f\left(\frac{e_i}{\lambda_i}\right)$ est linéaire (forme $y = ax + b$).

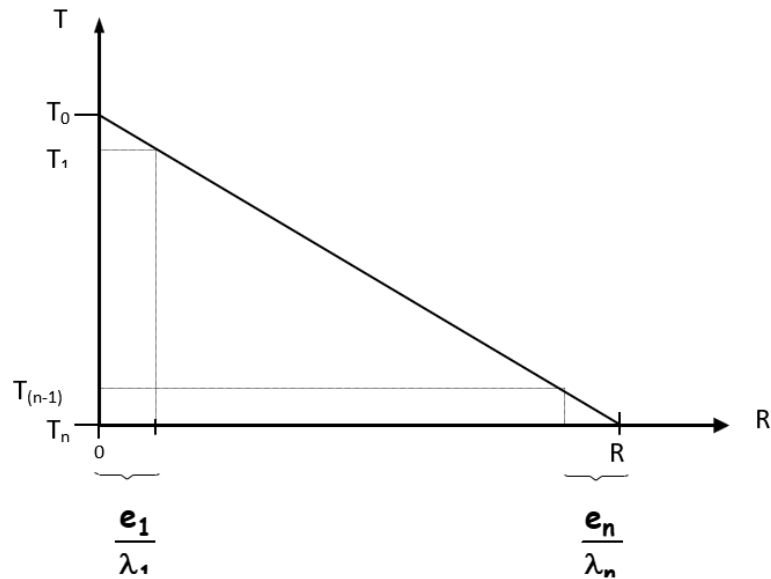


Figure II-10. Evolution de la température en fonction de la résistance thermique

10. Parois parallèles

C'est le cas le plus couramment rencontré dans la réalité où les parois ne sont pas homogènes. Considérons à titre d'exemple un mur d'épaisseur « e » constitué d'agglomérés creux (figure 2.6). Ce cas peut être simulé à un plancher ou toitures terrasses existants dans le bâtiment. En effet, les parois peuvent présenter des discontinuités de matériaux dans le sens de la hauteur et/ou de la largeur.

Un exemple classique d'application, illustrant au passage la notion de pertes par fuites thermique, est le cas d'un mur isolant traversé par des tirants d'acier, cf. Figure II-11.

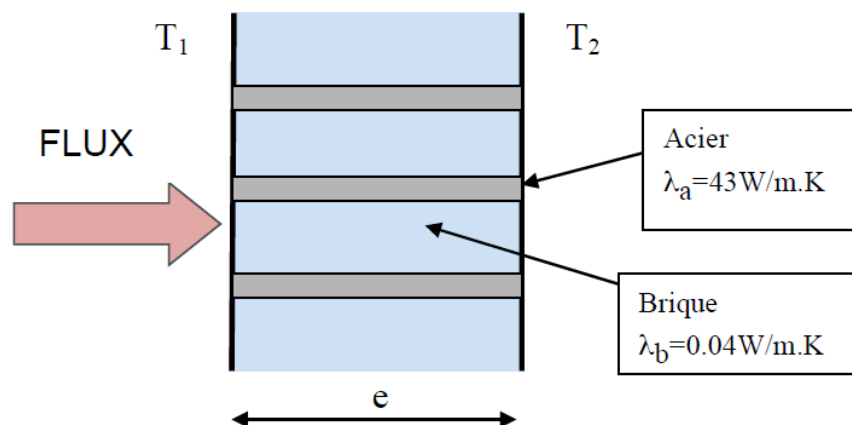


Figure II-11. Configuration pour le cas d'un mur simple traversé par des tirants d'acier

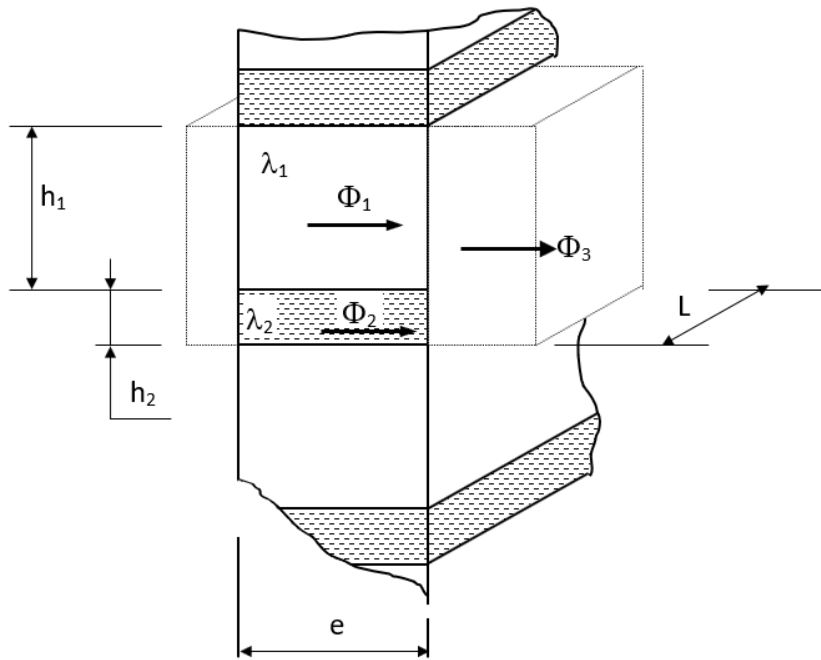


Figure II-12.Exemple de paroi multi-couches

Exemple :

Soit une paroi composée de deux matériaux différents placés en parallèle.

Son épaisseur est constante, égale à « e ».

Matériau 1 : Hauteur « h₁ » ; Longueur « L »

Conductivité « λ₁ »

Matériau 2 : Hauteur « h₂ » ; Longueur « L » ; Conductivité « λ₂ »

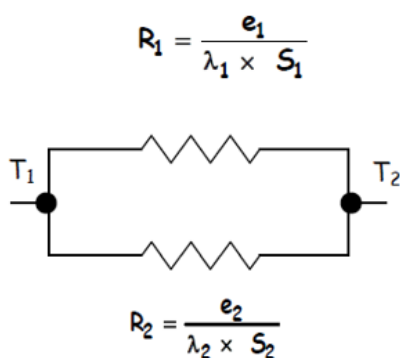
Remarque :

On ne peut plus raisonner en flux surfacique «Φ» mais en flux de chaleur «φ», puisque les matériaux n’ont pas la même constitution et n’offrent pas la même surface au passage de la chaleur.

Dans ce cas, on peut écrire : Φ₃ = Φ₁ + Φ₂

a. **Analogie électrique :**

Les matériaux étant en parallèles, **les résistances thermiques globales** le seront aussi.



Résistance équivalente à R₁ et R₂

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Ou encore :

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

D'où le flux de chaleur s'écrira dans ce cas : $R_{eq} = \sum$ des résistances thermiques globales [$^{\circ}\text{C}/\text{W}$]

III. GEOMETRIE CYLINDRIQUE

- Applications : transport de fluides chauds dans les canalisations, thermos, etc...
- Canalisation :
 - De longueur L
 - Surface intérieure : $T_i = \text{cste}$
 - Surface extérieure : $T_e = \text{cste}$
- Les isothermes sont des cylindres concentriques.
- Le flux s'écoule radialement perpendiculairement aux surfaces isothermes.

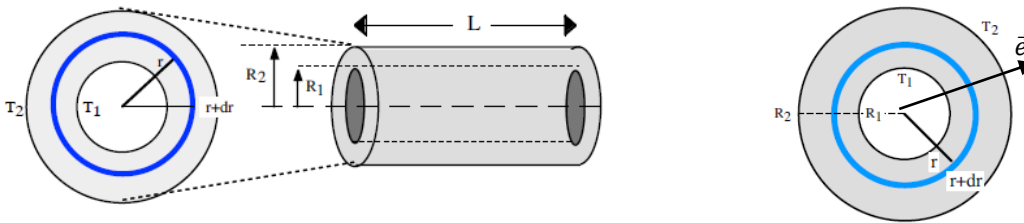


Figure II-13. Géométrie cylindrique

1. Loi de Fourier :

$$\overrightarrow{\text{grad}T} = \frac{dT}{dr} \vec{e} \quad \text{Ou } r \text{ est le rayon}$$

$$\Phi_{(r)} = S_{(r)} \times \text{grad}T = 2\pi r l \times \frac{dT}{dr} = -2\pi r l \lambda \frac{dT}{dr}; \text{ Implique que } \Phi_{(r)} \frac{dr}{r} = -2\pi r l \lambda dT$$

$$\int_{r_1}^{r_2} \Phi_{(r)} \frac{dr}{r} = -2\pi r l \lambda \int_{T_1}^{T_2} dT; \text{ alors } \Phi_{(r)} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} = -2\pi r l \lambda (T_2 - T_1) \text{ d'ou } \Phi_{(r)} = \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \frac{2\pi \lambda l}{2\pi \lambda l}$$

$$\text{Avec } R = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi \lambda l} \text{ et } R = \text{résistance globale du cylindre en } [^{\circ}\text{C}/\text{W}]$$

2. Loi d'évolution

Loi d'évolution de la température en fonction du rayon du cylindre

$$\Phi_{(r)} \int_{r_1}^r \frac{dr}{r} = -2 \pi L \lambda \int_{T_1}^{T(r)} dT ; \quad \Phi_{(r)} \ln \frac{r}{r_1} = -2 \pi L \lambda (T_1 - T(r))$$

D'où : $T_{(r)} = T_1 - \Phi_{(r)} \times \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{2 \pi \lambda L}$ avec : $\Phi_{(r)} = \Phi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2 \pi \lambda L}}$

On obtient : $T_{(r)} = T_1 - \frac{(T_1 - T_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \times \ln \frac{r}{r_1}$ (Evolution logarithmique de la température)

3. Cas d'un Cylindre Multicouches

On utilise les mêmes méthodes de calcul que pour les problèmes plans. Mais les raisonnements ne sont valables que pour les puissances radiales.

Avec $T_1 > T_2$

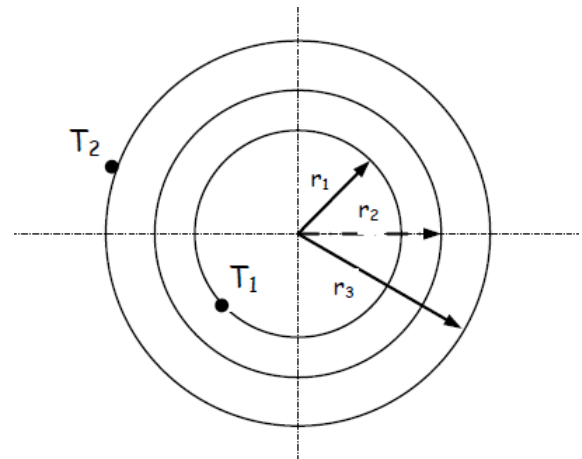


Figure II-14. Répartition radiale des couches

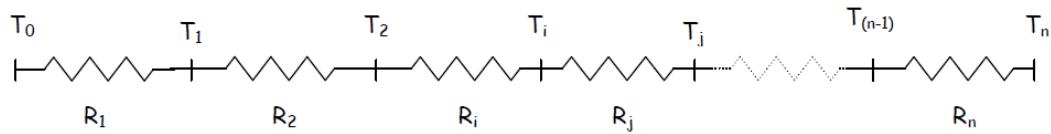
On peut donc écrire :

$$\Phi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2 \pi \lambda L}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2 \pi \lambda L}} = \dots = \frac{T_{(n-1)} - T_n}{\frac{\ln \frac{r_n}{r_{(n-1)}}}{2 \pi \lambda L}}$$

D'où :

$$\Phi = \frac{T_i - T_n}{\sum_{i=1}^n \frac{\ln \frac{r_{(i+1)}}{r_i}}{2 \pi \lambda_i L}}$$

On aurait pu également utiliser l'analogie électrique : la résistance thermique globale est égale à la somme des résistances thermiques, les couches étant placées en série les unes par rapport aux autres.



IV. GEOMETRIE SPHERIQUE

La géométrie est la sphère creuse, de rayon intérieur r_0 et de rayon extérieur r_1 .

Hypothèses

- Les isothermes sont des sphères concentriques.
- Leur surface varie avec r : $S = 4\pi r^2$

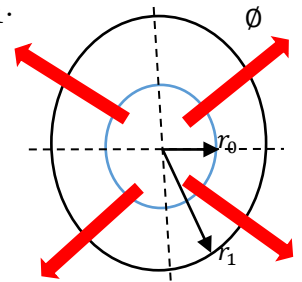


Figure II-15. Coque sphérique

Le flux de chaleur est de symétrie radiale, comme cela est indiqué par les doubles flèches.

L'expression fournie par l'équation $\Phi = -\lambda S \frac{dT(r)}{dr}$ peut être intégrée entre a et b , ou bien entre a et r .

Les calculs fournissent :

a. Bilan thermique :

$$\Phi_r = \Phi_{r+dr} \implies \frac{\Phi_r}{dr} = 0 \implies \Phi_r = C_1$$

b. Loi de FOURIER

$$\Phi = -\lambda 4\pi r^2 \frac{dT}{dr} = C_1 \implies T = \frac{C_1}{4\pi\lambda r} + C_2$$

c. Conditions limites

$$r = r_0; T = T_0; \quad T_0 = \frac{C_1}{4\pi\lambda r_0} + C_2$$

$$r = r_1; T = T_1; \quad T_1 = \frac{C_1}{4\pi\lambda r_1} + C_2$$

Cela implique : $C_1 = 4\pi\lambda \frac{T_0 - T_1}{\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}}$ et $C_2 = T_0 - \frac{T_0 - T_1}{\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}} \frac{1}{r_0}$

1. Flux de chaleur $\Phi = -4\pi\lambda r_0 r_1 \frac{T_0 - T_1}{r_1 - r_0}$

2. Résistance thermique $R_{th} = \frac{r_1 - r_0}{4\pi\lambda r_0 r_1}$

3. Surface moyenne appliquée aux deux surfaces, S_0 et S_1 :

$$S_m = (S_0 S_1)^{1/2} \quad \text{et} \quad e = r_1 - r_0$$

$$S_0 = 4\pi r_0^2 \quad \text{et} \quad S_1 = 4\pi r_1^2 \quad \text{avec} \quad \Phi = \lambda S_m \frac{T_0 - T_1}{e}$$

4. Analogie électrique

- ❖ Loi de Fourier en géométrie plane : $\Phi = (x_2 - x_1) = -\lambda S (T_2 - T_1)$; Si on note $x_2 - x_1 = e$ (épaisseur de la paroi). On obtient : $\Phi(e) = -\lambda S (T_2 - T_1)$
- ❖ La loi d'Ohm s'écrit : $U = V_1 - V_2 = RI$;
- ❖ Par analogie électrique : la grandeur qui circule, Courant : I ; chaleur : Φ
- ❖ $T_2 - T_1 = R \cdot \Phi$; avec R (résistance thermique) = $e / \lambda S$ en [K/W]

5. Résumé :

Résistances thermiques dans les 3 modèles de géométrie

- ❖ Elles sont toujours définies positives

- ❖ Plan: $R = \frac{e}{\lambda S}$

- ❖ Cylindre : $R = \frac{(\ln r_2 - \ln r_1)}{2\pi\lambda L}$ avec $r_2 > r_1$

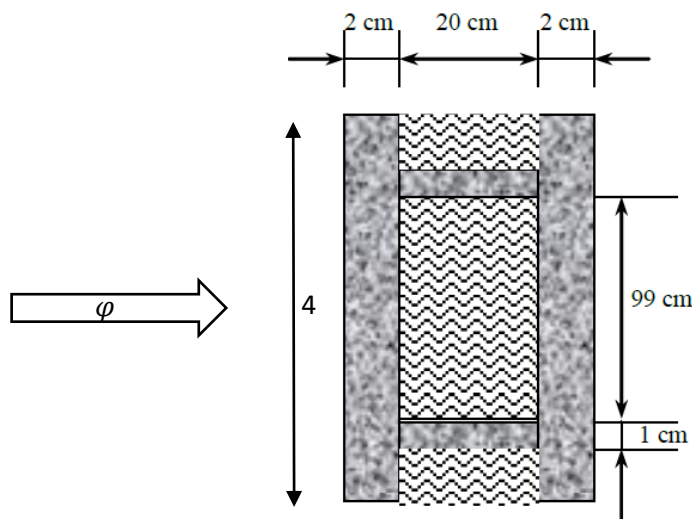
- ❖ Sphère : $R = \frac{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}{4\pi\lambda}$ avec $r_2 > r_1$

IV. TRAVAUX DIRIGES

Exercice N°1 :

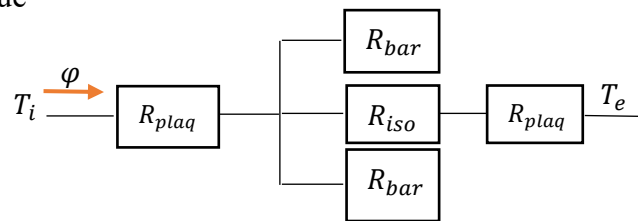
Un mur de 4 m de haut et 6 m de long est composé de deux plaques d'acier ($\lambda_a = 15 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$) de 2 cm d'épaisseur chacune, séparés par 1 cm d'épaisseur et 20 cm de largeur des barres d'acier espacé de 99 cm. L'espace entre les plaques d'acier est rempli d'isolant de fibre de verre ($\lambda_i = 0,035 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$). Si la différence de température entre la surface intérieure et celle de l'extérieure du mur est 22°C :

- 1) déterminer le flux de chaleur échangé à travers le mur,
- 2) déterminer le flux de chaleur échangé à travers le mur si on ignore les barres d'acier entre les plaques, car ils n'occupent que 1 % de la surface d'échange.



Réponse

1. Le schéma électrique



La résistance thermique globale : $R_{plaq} + R_{paral} + R_{plaq}$ avec $\frac{1}{R_{paral}} = \frac{2}{R_{bar}} + \frac{1}{R_{iso}}$.

$$R_{para} = \frac{R_{iso} \times R_{bar}}{2R_{iso} + R_{bar}}$$

$$R_{plaq} = \frac{e_1}{\lambda_1 S_1} = \frac{0,02}{15 \times 4 \times 6} = 5,55 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C/w};$$

$$R_{bar} = \frac{e_2}{\lambda_2 S_2} = \frac{0,2}{15 \times 0,01 \times 6} = 0,222 \text{ } ^\circ\text{C/w};$$

$$R_{isol} = \frac{e_3}{\lambda_3 S_3} = \frac{0,2}{0,035 \times 4 \times 6} = 0,238 \text{ } ^\circ\text{C/w}$$

$$R_{eq} = 2R_{plaq} + \frac{R_{iso} \times R_{bar}}{2R_{iso} + R_{bar}} ; \quad R_{eq} = 0,07580 \text{ } ^\circ\text{C/w}$$

$$2. \text{ Le flux de chaleur : } \Phi = \frac{(T_i - T_e)}{R_{eq}} = \frac{(T_i - T_e)}{2R_{plaq} + \frac{R_{iso} \times R_{bar}}{2R_{iso} + R_{bar}}} = 290.237 \text{ W}$$

□ Si on ignore les barres d'acier, la résistance thermique global sera :

$$R_{eq} = R_{plaq} + R_{iso} + R_{plaq} = 0.23811 \text{ } ^\circ\text{C/W} \text{ et } \Phi = 92.393 \text{ W}$$

Exercice N°2 :

Soit un tube d'acier 20/27 dont la température de la paroi interne est :

$$\Theta_i = 119,75^\circ\text{C} \text{ et celle de la paroi externe, } \Theta_e = 119,64^\circ\text{C}.$$

Conductivité thermique de l'acier : $\lambda = 46 \text{ W.m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$

Calculer :

- La résistance thermique du tube pour une longueur de 1 m.
- Le flux de chaleur, correspondant.

Réponse :

$$1. \text{ Résistance thermique du tube, pour une longueur de 1 m est : } R = \frac{Ln\left(\frac{r_1}{r_0}\right)}{\lambda 2\pi L} \quad R = 1,038.10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

- Le flux de chaleur traversant, par conduction, un tube de 1m de longueur :

$$\Phi = \frac{(\theta_0 - \theta_1)}{R} \quad \Phi = 105,97 \text{ W}$$

Rayon interne du tube : $r_0 = 10 \text{ mm}$

Rayon externe du tube : $r_1 = 13,5 \text{ mm}$

Rayon du tartre : $e = r_0 - r_t = 2 \text{ mm} \Rightarrow r_t = 8 \text{ mm}$

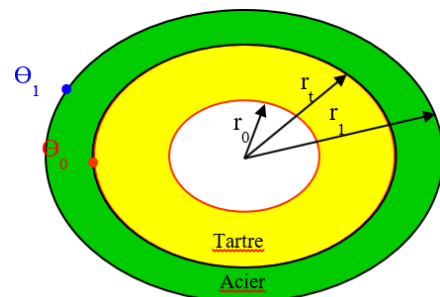
- La résistance thermique de la couche de tartre, pour une longueur de 1 m :

$$R_t = \frac{Ln\left(\frac{r_0}{r_t}\right)}{2\pi\lambda_1 L}$$

- La résistance équivalente du tube entartré est donnée par les deux résistances en série :

$$R = R_{acier} + R_{tartre} \quad R = 1,718. 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C/W}$$

- Le flux traversant le tube entartré de 1m de longueur : $\Phi = \frac{(\theta_0 - \theta_1)}{R} \quad \Phi = 6,4 \text{ W}$



Exercice N°3 :

Calculer le flux traversant la façade de 50 m^2 d'une maison. Le mur est constitué de briques de 26 cm d'épaisseur. La façade est percée de 4 vitres de 2 m^2 de surface et $3,5 \text{ mm}$ d'épaisseur et d'une porte en bois de 2 m^2 et de 42 mm d'épaisseur.

On suppose que la température de paroi interne soit égale à 10°C pour tous les matériaux constituant la façade, de même, la température de paroi externe est de 5°C .

On donne :

Conductivité thermique du verre : $\lambda_{verre} = 0,7 \text{ W.m}^{-1} . \text{K}^{-1}$

Conductivité thermique des briques : $\lambda_{brique} = 0,52 \text{ W.m}^{-1} . \text{K}^{-1}$

Conductivité thermique du bois : $\lambda_{bois} = 0,21 \text{ W.m}^{-1} . \text{K}^{-1}$

Réponse :

a) Résistance thermique des vitres : $R_v = \frac{e_v}{\lambda_v S_v} = 0,625 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C/W}$

b) Résistance thermique de la porte : $R_p = \frac{e_p}{\lambda_{bois} S_p} = 0,1 \text{ } ^\circ\text{C} / \text{W}$

c) Résistance thermique du mur : $R_m = \frac{e_m}{\lambda_b S_m} = 0,0125 \text{ } ^\circ\text{C} / \text{W}$

d) Résistance équivalente de la façade : $\frac{1}{R} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$ $R = 0,592 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C/W}$

e) Flux traversant la façade : $\Phi_{Façade} = \frac{(\theta_0 - \theta_1)}{R}$ $\Phi_{façade} = 8450 \text{ W}$

Exercice N°5 :

Soit un mur extérieur d'une habitation avec isolation par l'intérieur, dont on connaît les températures d'interface interne et externe.

Composition :

1. Plâtre courant : $\lambda_{pl} = 0.35 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$

2. Isolant Laine de verre 60 kg/m^3 : $\lambda_{is} = 0.047 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$

3. Béton plein de granulats lourds : $\lambda_b = 1,75 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$

$$T_{Si} = 19.5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{Se} = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$$

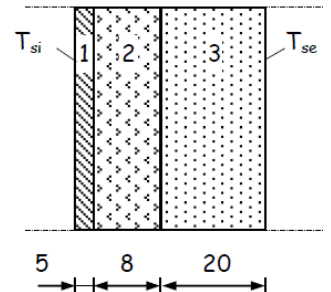
1°) Indiquez le sens du flux surfacique et tracez les lignes de flux délimitant le tube de flux dans ce mur.

2°) Déterminez la résistance thermique de cette paroi.

3°) Calculez le flux surfacique ainsi que les différentes températures d'interfaces (T1 et T2)

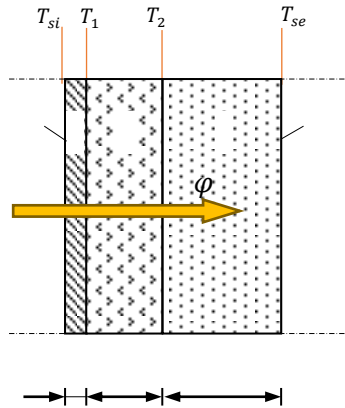
4°) Tracez, à l'échelle, les évolutions : $T = f(e)$ et $T = f(R)$

Remarque : l'épaisseur est donnée en millimètre



Réponse :

1. Le sens du flux surfacique et tracez les lignes de flux délimitant le tube de flux dans ce mur



2. La résistance thermique de cette paroi

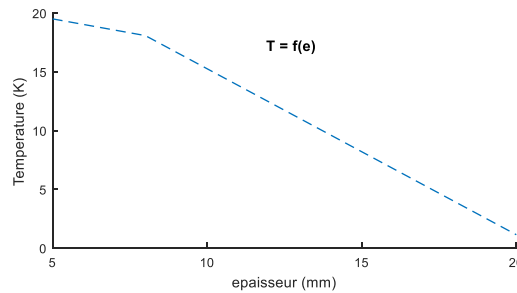
$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{e_{platre}}{\lambda_{pl}.S} + \frac{e_{isolant}}{\lambda_{is}.S} + \frac{e_{beton}}{\lambda_b.S} = 0,196 \text{ W/m.}^\circ\text{C pour 1m de largeur}$$

3. Le flux surfacique ainsi que les différentes températures d'interfaces (T1 et T2)

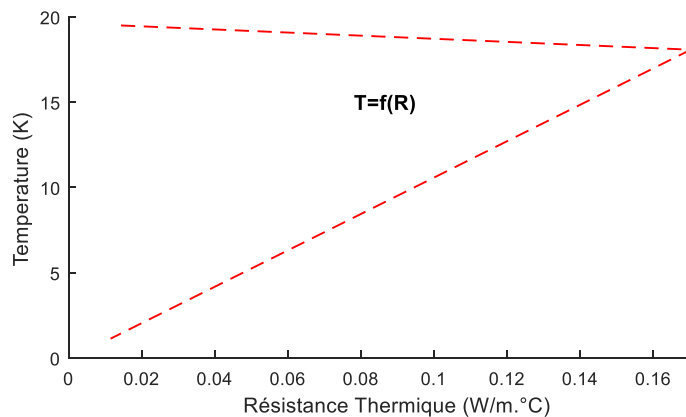
$$\varphi = \frac{\Delta T}{R_{eq}} = \frac{T_{si} - T_{se}}{R_{eq}} = 99,527 \text{ W/m}^2$$

Sachant que le flux est conservatif $\varphi = \frac{T_{si} - T_1}{R_1} = \frac{T_2 - T_{se}}{R_3}$, alors $T_1 = 18.078 \text{ K}$; $T_2 = 1.137 \text{ K}$

4. L'évolution : $T = f(e)$



L'évolution : $T = f(R)$



CHAPITRE III

I. INTRODUCTION

En plus au transfert de chaleur par conduction toujours présent dans la matière, il y a dans les fluides un transfert de chaleur provoqué par l'écoulement du fluide, c'est-à-dire par le mouvement d'ensemble des particules qui le composent : ce phénomène est appelé Convection « advection ».

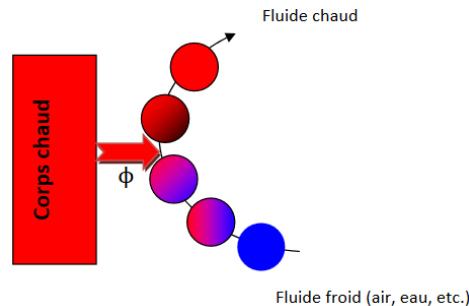


Figure III-1. Phénomène de Convection

II. DEFINITION

On peut définir la convection comme la réunion de deux modes de transfert de chaleur : la conduction qui s'effectue à l'échelle microscopique et l'advection qui est de nature macroscopique.

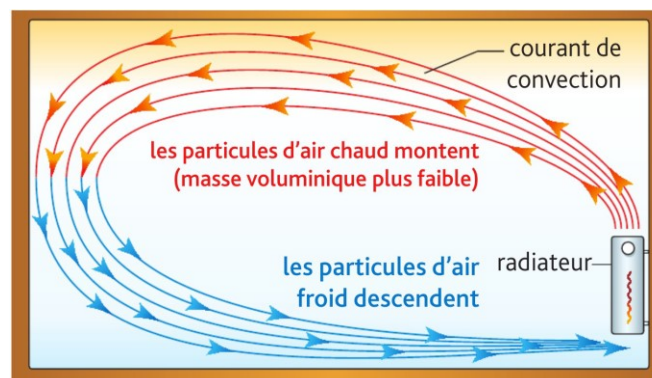


Figure III-2. Principe de Convection

La convection est un transfert de chaleur avec transfert de matière. Phénomène très usuel (météo, chauffage domestique...)

Ils sont à l'origine de certains phénomènes océanographiques (courants marins), météorologiques (orages), géologiques (Remontées de magma).

Remarque1:

- Lorsque le transfert de chaleur s'accompagne d'un transfert de matière, il est appelé transfert par convection.
- Dans un fluide, il est pratiquement impossible d'assister à de la conduction pure car le moindre gradient de température entraîne des courants de convection, c'est-à-dire un transport de masse.
- L'échange de chaleur par convection existe au sein des milieux fluides ou lorsqu'un fluide circule autour d'un solide.
- Si on chauffe une casserole par le haut, il n'y aura pas de convection, mais il y aura conduction parce que le fluide chaud sera déjà en haut.

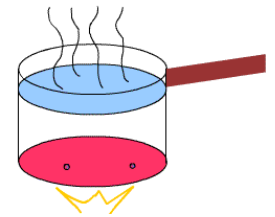


Figure III-3. Exemple de convection

On peut exprimer la quantité de chaleur transmise par convection entre une paroi solide et un fluide au moyen de l'équation régie par la loi de Newton :

$$\varphi = h.s.(T_p - T_\infty)[Watt]$$

Avec :

φ	Flux de chaleur transmis par convection	(W)
h	Coefficient de transfert de chaleur par convection	(W/m ² .°C)
T_p	Température de surface du solide	(°C)
T_∞	Température du fluide loin de la surface du solide	(°C)
S	Aire de la surface de contact solide/fluide	(m ²)

1. Cas d'un Mur simple au contact de deux fluides

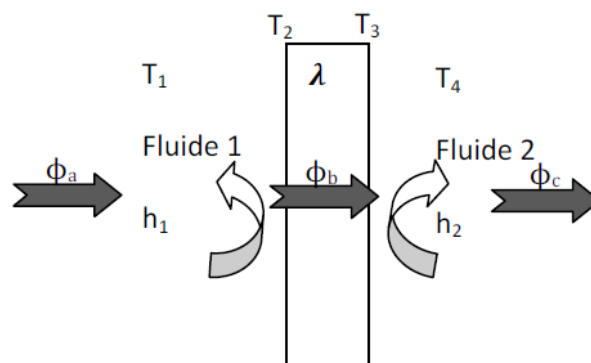


Figure III-4. Mur simple entre 2 fluides

Dans ce cas : $\Phi = \frac{T_1 - T_n}{\frac{1}{h_i \times S_i} + \frac{e}{\lambda S_p} + \frac{1}{h_e \times S_e}}$; Avec :

$$S_i = 2 \times \pi \times r_i \times L$$

$$S_e = 2 \times \pi \times r_e \times L$$

2. CAS D'UN CYLINDRE EN CONTACT AVEC DEUX MILIEUX FLUIDES

h_i = Coefficient d'échange radio-convectif intérieur en $W/m^2 \cdot ^\circ C$

h_e = Coefficient d'échange radio-convectif extérieur en $W/m^2 \cdot ^\circ C$

$$\text{Dans ce cas : } \Phi = \frac{T_1 - T_n}{\frac{1}{h_i \times S_i} + \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2 \pi \lambda L} + \frac{1}{h_e \times S_e}} ;$$

Avec : $S_i = 2 \times \pi \times r_1 \times L$; $S_e = 2 \times \pi \times r_2 \times L$

III. CONVECTION NATURELLE

Le fluide est mis en mouvement sous le seul effet :

- Des différences de masses volumiques résultant des différences de températures sur les frontières.
- D'un champ de forces extérieures (la pesanteur).

IV. CONVECTION FORCEE

La convection forcée est rencontrée très souvent dans :

- Les échangeurs de chaleur.
- Le refroidissement de centrales nucléaires,
- La récupération de chaleur dans les collecteurs solaires,
- La circulation des liquides cryogéniques dans les systèmes de refroidissement de machines thermiques.

Ces systèmes impliquent deux types d'écoulements :

- **Externe** : l'écoulement du fluide n'est pas confiné dans un domaine ;
- **Interne** : le fluide s'écoule dans un domaine confiné (tube, conduite, etc.).

Compte tenu du lien entre le transfert de masse et le transfert de chaleur, il est nécessaire la nature du régime d'écoulement.

On distingue :

- Ecoulement en régime turbulent
- Ecoulement en régime laminaire

V. ETUDE THERMIQUE

1. Couche limite thermique sur une plaque plane :

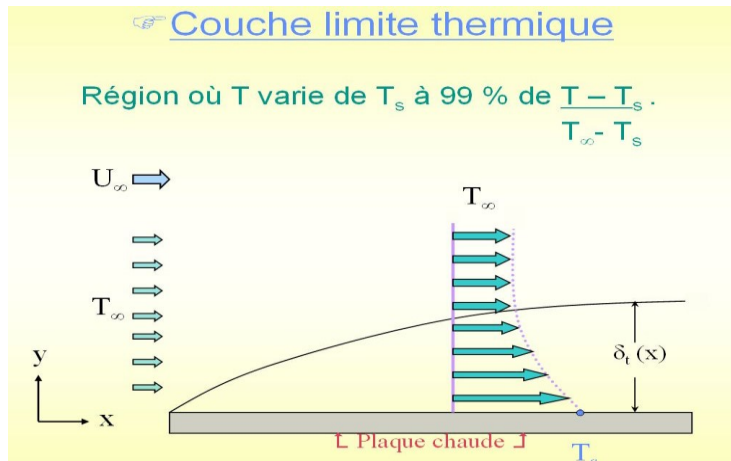


Figure III-5. Couche limite thermique sur une plaque plane

La couche limite thermique ne se développe que si la température du fluide et celle de la surface sont différentes.

Elle est caractérisée par la présence de gradients de température.

Le paramètre clé pour la couche limite thermique est le coefficient d'échange thermique par convection.

L'épaisseur $\delta_T(x)$ est définie comme la distance pour laquelle le rapport $\frac{T - T_\infty}{T_p - T_\infty} = 0,99$

Comme pour la couche limite hydrodynamique, l'épaisseur de la couche limite thermique augmente avec la distance x .

Les propriétés de fluide sont, en général, évaluées à la température moyenne de la couche limite, T_f , dite la température du film.

$$T_f = \frac{T_\infty + T_s}{2}$$

x représente la distance au bord d'attaque, et x_{cr} représente la distance à laquelle le régime d'écoulement atteint Re_{cr} (nombre de Reynolds critique) qui représente la valeur du passage du régime laminaire au régime turbulent.

☐ Pour une plaque plane $Re_{cr} = 5 \cdot 10^5$

☐ Pour un cylindre $Re_{cr} = 2 \cdot 10^5$

❖ Pour un écoulement laminaire : ($Re < Re_{cr}$) : $\delta_T(x) = \frac{5x}{\sqrt{Re}}$

❖ Pour un écoulement turbulent ($Re > Re_{cr}$): $\delta_T(x) = \frac{0,37x}{Re^{0,2}} = 0,37x Re^{-1/5}$

$$\text{Avec } Re_x = \frac{\rho \times U_\infty \times x}{\mu}$$

VI. ÉCOULEMENT INTERNE

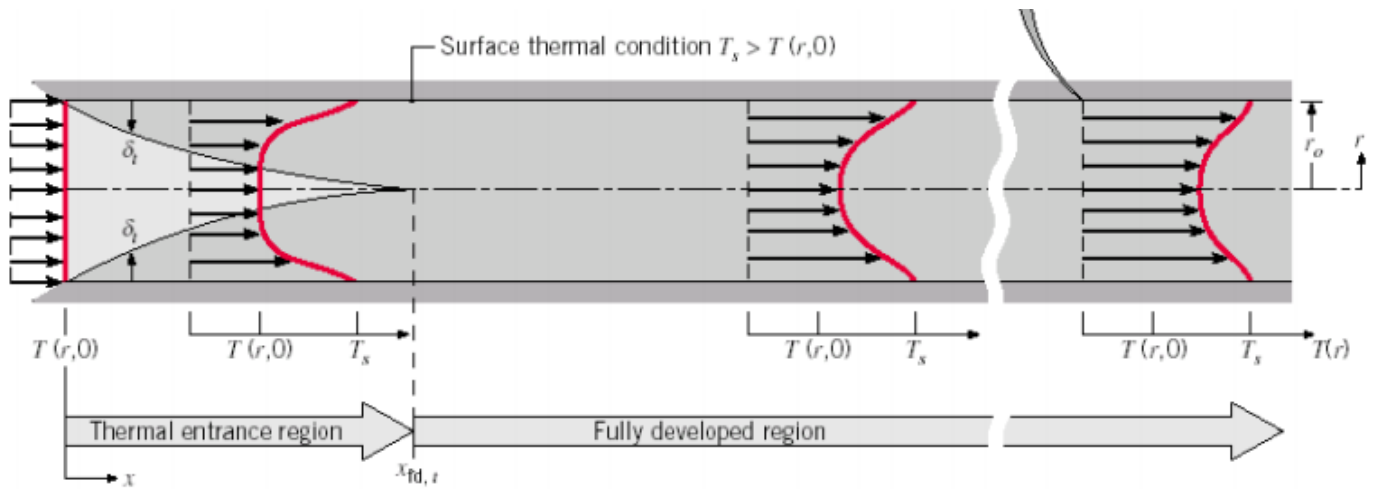


Figure III-6. Couche limite thermique d'un écoulement interne (thermofluide II Marcel Lacroix)

1. Écoulement laminaire pleinement développé

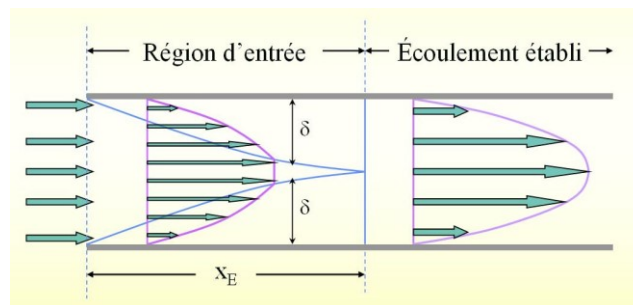


Figure III-7. Couche limite écoulement interne

VII. NOMBRES ADIMENSIONNELS

La méthode utilisant l'analyse dimensionnelle est la méthode la plus aisée dans sa mise en œuvre pour déterminer l'expression du coefficient de convection h .

Cette analyse dimensionnelle fait apparaître des nombres sans dimension très utiles dans l'étude de la mécanique des fluides et en particulier dans les phénomènes convectifs.

Ces nombres sont en particulier :

1. Le nombre de Reynolds (Re)

Le passage du régime laminaire au régime turbulent est caractérisé par le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{v \cdot d}{\gamma} = \frac{\rho \cdot d \cdot v}{\mu}$$

v: vitesse du fluide [m.s⁻¹].

d: dimension caractéristique de la conduite [m]

γ : viscosité cinématique du fluide [m².s⁻¹]

ρ : masse volumique du fluide [kg.m⁻³]

μ : viscosité dynamique du fluide [kg.m⁻¹.s⁻¹]

Remarque :

d est le diamètre s'il s'agit d'une conduite circulaire ou diamètre hydraulique dans les autres cas :

$D_h = 4S/P$ avec S la surface et P le périmètre.

2. Le nombre de Nusselt (Nu)

Caractérise l'importance de la convection par rapport à la conduction : c'est le rapport de la quantité de chaleur échangée par convection $h \cdot S \cdot \Delta T$ à une quantité de chaleur échangée par conduction

$$\lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{d}$$

$$Nu = \frac{h \cdot S \cdot \Delta T}{\lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{d}} ; Nu = \frac{h \cdot d}{\lambda}$$

3. Le nombre de Grashof (Gr)

Caractérise la force de viscosité du fluide : $Gr = \frac{g \cdot d^3 \cdot \beta \cdot \Delta T}{\gamma^2}$

Avec :

g : accélération de la pesanteur [m.s⁻²].

d : dimension caractéristique de la paroi [m].

β : facteur de dilatation volumique du fluide [°C⁻¹].

$\Delta T = T_p - T_f$: différence de température entre la paroi et le fluide.

4. Le nombre de Prandtl (Pr)

Caractérise la force de viscosité du fluide : $Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda}$

5. Corrélations empiriques Convection forcée sans changement de phase

Les corrélations expérimentales les plus usuelles en convection forcée sont généralement de la forme :

$Nu = f(Pr, Re)$.

Remarque : les propriétés du fluide seront tout simplement prises pour la température moyenne

$$T_m = \frac{T_{fluide} + T_{solide}}{2}$$

5.1 Écoulement interne:

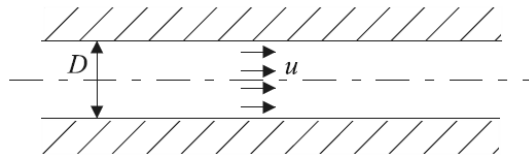


Figure III-8. Écoulement dans un tube

On admet que la loi qui régit le phénomène d'échange de chaleur est de la forme

$$f(h, D, \mu, \rho, \lambda, u) = 0$$

Et que le coefficient de convection dépendra de toutes ces grandeurs

Exemple :

$$\text{Pour : } \begin{cases} \frac{x}{D} > 60 \\ 10\,000 < Re < 120\,000 \end{cases}$$

Cette corrélation est valable pour $0,6 < Pr < 100$ et seulement quand le régime turbulent est établi, ce qui n'est garanti que si $x/D > 60$.

⊗ Pour les liquides :

Régime turbulent : $Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.33}$ Formule de Colburn ; $Re > 5 \cdot 10^3$ et $0.6 < Pr < 10$

Régime laminaire : $Nu = 1.86 \cdot (Re \cdot Pr)^{0.33} \left(\frac{D}{L}\right)^{0.33} \left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0.14}$; $Re \cdot Pr \cdot \frac{D}{L} \geq 10$

⊗ Pour les Gaz $Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8}$; $Pr \cong 0.75$

5.2 Écoulement externe

Surface pourra être plane (plaque chauffante, l'ail d'avion, la lame de turbine.) ou bien courbée (cylindre, sphère...).

i. Écoulement autour d'un cylindre

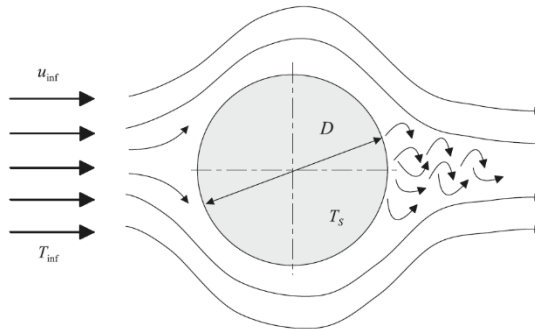


Figure III-9 : Couche limite autour d'un cylindrique

Le fluide est en écoulement perpendiculaire par rapport à l'axe du cylindre. Sa vitesse à l'infini amont est u_{inf} et sa température T_{inf} (voir la figure). Un sillage se forme en aval de l'écoulement qui conduit à une répartition non homogène du coefficient variable sur la périphérie du cylindre. On définit un coefficient de convection moyen pour toute la périphérie à température T_s (T_{solide}) :

Dans le cas des gaz : $N_u = C.R_e^m . P_r^{0.33}$

Dans le cas d'un liquide : $N_u = 1.11C.R_e^m . P_r^{0.33}$

Les valeurs des constantes C et m sont reportées dans le tableau III-1.

Re	C	m
0,4-4	0,989	0,330
4-40	0,911	0,385
40-4 000	0,683	0,466
4 000-40 000	0,193	0,618
40 000-400 000	0,027	0,805

Tableau III-1. Constantes dans l'expression du nombre de Nusselt Pour l'écoulement autour d'un cylindre

ii. Écoulement sur une plaque plane

- Régime laminaire:

$N_u(x) = 0.324.R_e(x)^{0.5} . P_r^{0.33}$ Pour $Re < 5.10^5$; $10 \geq Pr \geq 0.5$; x la longueur de la plaque.

$N_u(x) = \frac{\rho u_m x}{\mu}$: nombre de Reynolds en fonction de la longueur

- Régime turbulent:

$N_u(x) = 0.0288.R_e(x)^{0.8} . P_r^{0.33}$; Pour $Re < 5.10^5$; $10 \geq Pr \geq 0.5$

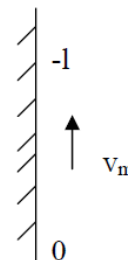


Figure III-10. Ecoulement externe

iii. Écoulement entre deux plaques plane

- Régime laminaire:

$$N_u = \frac{h \cdot 2e}{\lambda}$$

$$R_e = \frac{\rho \cdot u_m \cdot 2e}{\mu}$$

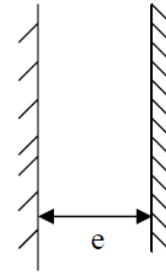


Figure III-11. Écoulement entre 2 plaques

- Régime turbulent:

$$N_u = 0.023 \cdot R_e^{0.8} \cdot P_r^{0.33}; \text{ Formule de Colburn}$$

6. Récapulation

Géométrie	Corrélation
Écoulement dans un tube	Écoulement turbulent : $N_u = 0.023 \cdot R_e^{0.8} \cdot P_r^{0.33}; Re > 5 \cdot 10^3$ et $0.6 < Pr < 10$ Écoulement laminaire : $N_u = 1,86 \cdot (R_e \cdot Pr)^{0.33} \left(\frac{D}{L}\right)^{0.33} \left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0.14}; R_e \cdot Pr \cdot \frac{D}{L} \geq 10$
Écoulement sur un plan	Écoulement turbulent : $N_u(x) = 0.0288 \cdot R_e(x)^{0.8} \cdot P_r^{0.33}; Re > 5 \cdot 10^5$ et $Pr > 0.5$ Écoulement laminaire : $N_u(x) = 0.324 \cdot R_e(x)^{0.5} \cdot P_r^{0.33}; Re < 5 \cdot 10^5; 10 \geq Pr \geq 0.5$
Écoulement autour d'un cylindre	Gaz : $N_u = C \cdot R_e^m \cdot P_r^{0.33}; u_\infty$ calculée en amont du tube Liquide : $N_u = 1,11C \cdot R_e^m \cdot P_r^{0.33}$

VIII. BILAN THERMIQUE

La variation d'énergie interne de la surface du conduit par rapport au temps est égale à la somme des flux entrant dans A par conduction (indice « cond ») et convection (indice « conv »),

$$\varphi_{cond} = \dot{m} \cdot C_p \cdot dT = h \cdot S \cdot (T_s - T)$$

T_{par} est la température de la surface interne du tube

$$\rho \cdot Q_v \cdot C_p \cdot dT = h \cdot \pi D dx \cdot (T_s - T)$$

$$\frac{dT}{T_s - T} = \frac{h \pi D}{\rho \cdot Q_v \cdot C_p} dx$$

On intègre de l'entrée à la sortie, sur une longueur L

$$\int_{T_e}^{T_s} \frac{1}{T_{sol} - T} dT = \int_0^l \frac{h \cdot \pi \cdot D}{\rho \cdot Q_v \cdot C_p} dx$$

$$\ln\left(\frac{T_{sol} - T_e}{T_{sol} - T_{sort}}\right) = \frac{h \cdot \pi \cdot D}{\rho \cdot Q_v \cdot C_p} \cdot l$$

$$\frac{T_{sol}-T_{Sort}}{T_{sol}-T_e} = e^{\frac{h \cdot \pi \cdot D}{\rho \cdot Q_v \cdot C_p} \cdot l} \frac{T_s - T_e}{T_{soli} - T_{sor}} = e^{\frac{h \pi D}{\rho \cdot Q_v \cdot C_p} \cdot l}$$

Débit de chaleur (le flux de chaleur) : $\phi = \rho \cdot Q_v \cdot C_p \cdot (T_s - T_e)$

IX. ÉCOULEMENT DANS DES TUBES DE FORME POLYGONALE

Beaucoup d'applications industrielles utilisent des tubes dont la section n'est pas circulaire.

Pour l'écoulement et l'échange thermique dans ce type de tubes on peut utiliser un diamètre effectif

(Ou **Diamètre hydraulique**) défini par : $D_h \equiv \frac{4Ac}{P}$

Ac est l'aire de section du tube et P est le périmètre de contact entre la paroi solide et le fluide en écoulement

X. TRAVAUX DIRIGES

Exercice 1

La densité de flux de chaleur ϕ s'élève à $5\,000\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, à la surface d'un élément chauffant électrique. La température de ce même élément est de $110\text{ }^\circ\text{C}$ lorsqu'il est refroidi par convection dans l'air dont la température s'élève à $60\text{ }^\circ\text{C}$.

Quel est le coefficient d'échange h ? Quelle sera la température de l'élément chauffant si la densité de flux est réduite à $2\,000\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$?

Solution

En utilisant l'expression de la densité du flux total échangé on peut déterminer le coefficient d'échange moyen :

$$h = \frac{\phi}{\Delta T} = \frac{5000}{110 - 60} = 100\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$$

Si le flux est réduit, le coefficient en convection forcée reste le même, la différence de température sera donc :

$$\Delta T = T_{elem} - 60 = \frac{\phi}{h} = \frac{2000}{100} = 20\text{ }^\circ\text{C}$$

Donc la température $T_{elem} = \Delta T + 60 = 20 + 60 = 80\text{ }^\circ\text{C}$.

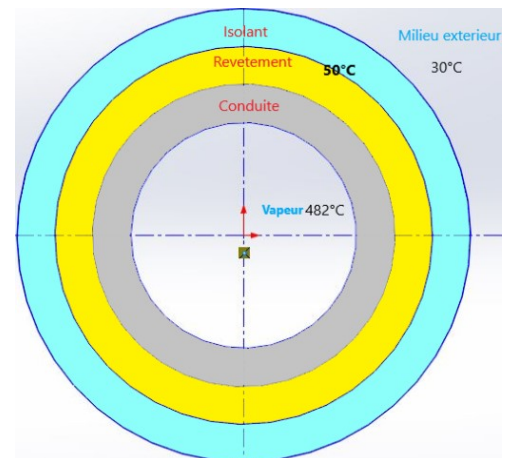
Exercice 2

Une conduite cylindrique en acier (diamètre intérieur 53 mm, diamètre extérieur 60 mm, $\lambda = 40,4\text{ W}/\text{m}\cdot\text{ }^\circ\text{C}$) transportant de la vapeur est calorifugée par 32 mm d'un revêtement fondu à haute température, composé de terre à diatomée et d'amiante ($\lambda = 0,101\text{ W}/\text{m}\cdot\text{ }^\circ\text{C}$). Ce revêtement est isolé par 65 mm de feutre d'amiante feuilleté ($\lambda = 0,072\text{ W}/\text{m}\cdot\text{ }^\circ\text{C}$).

Au cours d'un essai, on a trouvé que la température du milieu environnant était de $30\text{ }^\circ\text{C}$, la température moyenne intérieure au tuyau dans lequel circule la vapeur ($h = 1000\text{ W}/\text{m}^2\cdot\text{ }^\circ\text{C}$) était de $482\text{ }^\circ\text{C}$ et la température de la surface extérieure du revêtement de $50\text{ }^\circ\text{C}$.

On demande de calculer :

1. Les pertes de chaleur exprimées par unité de longueur de tuyau.
2. La température de la surface comprise entre la conduite le calorifuge.
3. Le coefficient de transfert convectif h_c à l'extérieur de la conduite, exprimé par unité de surface extérieure de revêtement.



Solution

1. Les pertes de chaleur sont le flux de chaleur traversant, par convection et par conduction le tube cylindrique.

Etant donnée que Le flux de chaleur est conservatif, on va le calculer sans prendre en compte la convection externe.

$$\varphi = \frac{T_1 - T_2}{R_{eq}}$$

Resistance équivalente : $R_{eq} = R_{conv} + R_{acier} + R_{revt} + R_{iso}$

- Résistance thermique de la vapeur pour une longueur de 1 m est : $R_{conv} = \frac{1}{h.s} = \frac{1}{h.\pi D_1.(1m)}$
- Résistance thermique du tube, pour une longueur de 1 m est : $R_{acier} = \frac{\ln \frac{D_2}{D_1}}{2\pi\lambda_{ac}(1m)}$
- Résistance thermique du revêtement fondu, pour une longueur de 1 m est : $R_{revt} = \frac{\ln \frac{D_3}{D_2}}{2\pi\lambda_{rev}(1m)}$
- Résistance thermique de l'isolant, pour une longueur de 1 m est : $R_{iso} = \frac{\ln \frac{D_4}{D_3}}{2\pi\lambda_{is}(1m)}$

D'où les pertes de chaleur $\varphi = \frac{482-50}{R_{eq}} [W/m^2]$

2. La température de la surface comprise entre la conduite le calorifuge : $\varphi = \frac{T-50}{\frac{\ln \frac{D_3}{D_2}}{2\pi\lambda_{rev}(1m)}}$
3. Le coefficient de transfert convectif h_c à l'extérieur de la conduite : $\varphi = \frac{50-30}{\frac{1}{h_c.\pi D_4.(1m)}}$

Exercice 3

Une canalisation cylindrique en acier de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2 sert au transport dans l'air ambiant à T_F une vapeur sèche dont la température de mélange vaut T_0 . La conductivité thermique de l'acier est λ_1 . Les coefficients de convection vapeur-paroi et paroi-air sont respectivement h_1 et h_2 .

- Calculer, en régime permanent, le flux de chaleur par surface unitaire externe de canalisation.
- Même question lorsque l'on recouvre la canalisation d'un isolant d'épaisseur e et de conductibilité λ_2 . On supposera d'une part que le coefficient de convection isolant-air est égal au coefficient acier-air et d'autre part que le contact thermique acier-isolant est parfait.
- Définir et donner la valeur du rendement du calorifuge.

Données:

$$\lambda_1 \text{ acier} = 60 \text{ W/m} \cdot \text{°C}$$

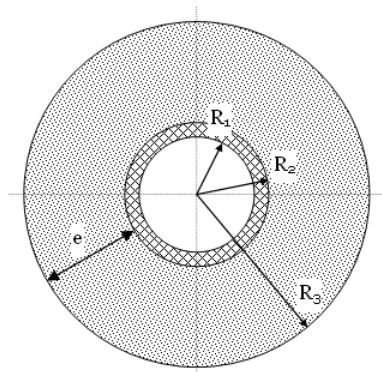
$$\lambda_2 \text{ isolant} = 0,08 \text{ W/m} \cdot \text{°C}$$

$$h_1 = 1,163 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$$

$$h_2 = 14 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$$

$$R_1 = 9,5 \text{ cm}$$

$$R_2 = 10,0 \text{ cm}$$



Solution

$$\lambda_1 = 60 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}; \lambda_2 = 0.08 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

$$h_1 = 1.163 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}; h_2 = 14 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$R_1 = 9.5 \text{ cm} = 0.095 \text{ m};$$

$$R_2 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m};$$

$$R_3 = R_2 = e = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}$$

$$T_0 = 200^\circ C; T_{ex} = 15^\circ C$$

$$1) \text{ Conduction : } \quad \phi = \frac{q}{S} = -\lambda \frac{dT}{dr}; \quad \int_{R_1}^{R_2} \frac{\phi}{r} dr = \int_{T_1}^{T_2} 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda_1 \cdot dT$$

$$\text{Convection : } \phi = h \cdot S \cdot \Delta T = h_1 \cdot 2\pi \cdot R_1 \cdot L \cdot (T_0 - T_1) = h_2 \cdot 2\pi \cdot R_2 \cdot L \cdot (T_2 - T_{ex})$$

En fait, on prend comme référence la surface externe de canalisation chaude $2 \pi R_2 L$.

$$\phi = \frac{q}{S} = \frac{\phi}{2 \cdot \pi \cdot R_2 L}; \quad \phi = \frac{T_0 - T_{ex}}{\frac{R_2}{h_1 R_1} + \frac{R_2}{\lambda_1} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{1}{h_2}} \text{ d'ou } \phi = 2583.6 \text{ W/m}^2$$

2) on ajoute l'isolant:

$$\phi' = \frac{T_0 - T_{ex}}{\frac{1}{2\pi R_1 L h_1} + \frac{1}{2\pi L \lambda_1} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{1}{2\pi L \lambda_2} \ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right) + \frac{1}{2\pi R_3 L h_2}}; \quad \phi' = 333.6 \text{ W/m}^2$$

3) On définit le rendement comme la diminution relative de flux spécifique

$$\eta = \frac{\phi - \phi'}{\phi} = 87.1\%$$

CHAPITRE IV

I. DEFINITION

C'est un processus de nature ondulatoire qui permet un transfert d'énergie sans aucun support matériel.

Le rayonnement consiste en un ensemble d'ondes électromagnétiques qui se propagent dans le vide, et à des degrés divers dans la matière

Le vide et la plupart des gaz simples ($2O$, $2N$, $2H$) constituent des milieux parfaitement transparents à la propagation de ce rayonnement

Certains gaz composés (CO_2 , H_2O , CO , CH_4) sont partiellement transparents, car la propagation s'accompagne d'une diminution de l'énergie transportée.

Il existe différents types d'ondes électromagnétiques avec des longueurs d'ondes correspondantes.

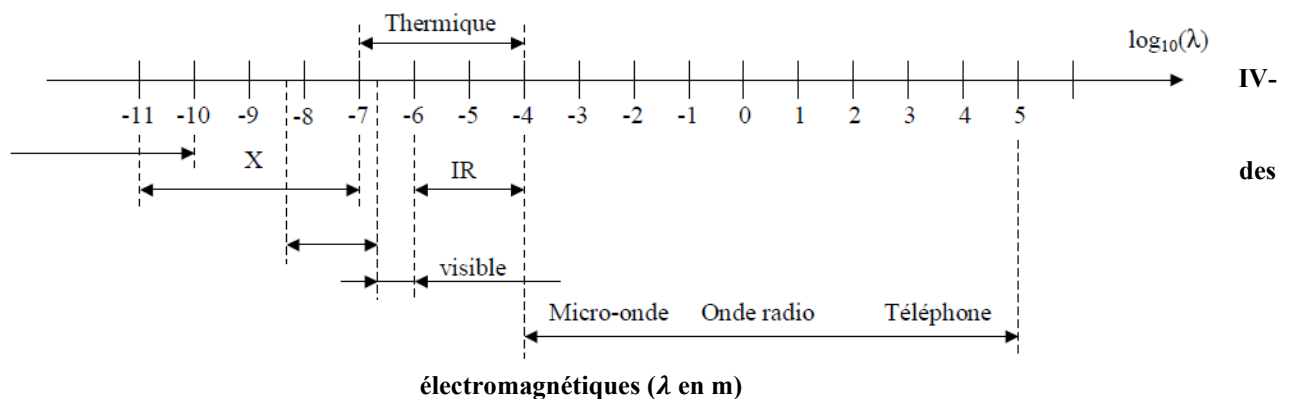
Le rayonnement thermique émis par les corps se situe entre $0,1$ et $100\mu m$.

Le rayonnement est perçu par l'homme :

- Par l'œil : pour $0,38 \mu m < \lambda < 0,78 \mu m$ rayonnement visible.

- Par la peau : pour $0,78 \mu m < \lambda < 314 \mu m$ rayonnement IR.

Figure 1. Spectre des ondes



II. GRANDEURS UTILISÉS EN RAYONNEMENT

Considérons un corps porté à une température T . Ce corps émet de l'énergie par sa surface sous forme de rayonnement thermique, c'est-à-dire sous forme d'ondes électromagnétiques ; cette énergie est émise suivant toutes les longueurs d'onde et toutes les directions. Si ce corps n'est pas seul dans l'espace, il reçoit également de l'énergie sous forme de rayonnement de la part des autres corps.

Pour l'étude du rayonnement, on est amené à définir plusieurs grandeurs photométriques énergétiques fondamentales.

Ces grandeurs peuvent être:

- Monochromatique** : (pour les longueurs d'onde comprises entre λ et $\lambda+d\lambda$), L'aspect est relatif à la longueur d'onde.
- Totale** : relatifs à l'ensemble du spectre (par intégration sur toutes les longueurs d'onde).
- Directionnelle** : spécifiques à la direction (dépendant de la direction d'émission)
- Hémisphérique** : relatifs à l'ensemble des directions de l'espace (par intégration sur le 1/2 espace supérieur).

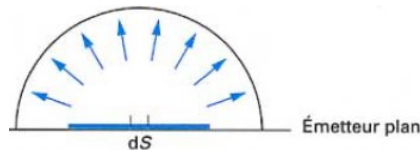


Figure IV-2. Émetteur radiatif hémisphérique

1. Angles solides

Soit une sphère de rayon r , de calotte sphérique de dA

Cette calotte définit un angle solide

$$\Omega = dA / r^2 [Sr] \text{ Steradian}$$

Rappels

- Surface d'une sphère : $4\pi R^2$;
- L'angle solide : $\Omega = dS / R^2$, pour l'espace complet $\Omega = 4\pi$ (sr)
- Angle solide du demi-espace ? $\Omega = 2\pi$ (sr)

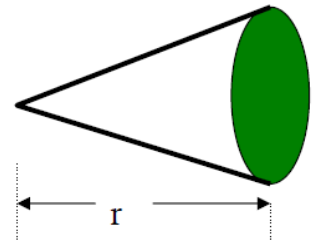


Figure IV-3. Angle solide

De manière générale : $d\Omega = \frac{dA_x}{r^2} = \frac{dA \cdot \cos(\theta)}{r^2} [Sr]$

avec dA_x La projection de dA sur le plan perpendiculaire à O_x définit la surface émettrice apparente d : distance entre la surface rayonnante et l'observateur.

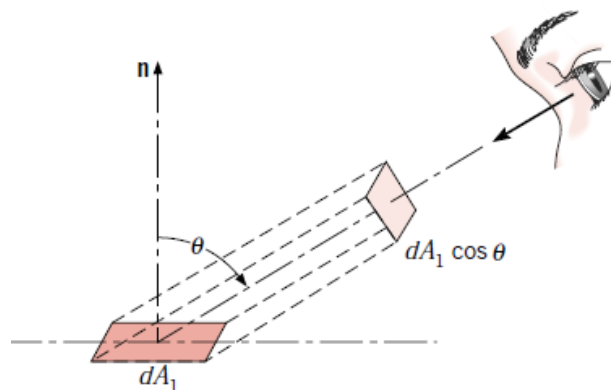


Figure IV-4. Projection de la surface rayonnante

2. L'intensité énergétique

Le flux rayonne par une source part, à priori, dans tout l'espace. l'intensité caractérise l'émission du corps dans une direction donnée Ox autour d'un angle solide élémentaire $d\Omega$.

L'intensité énergétique caractérise la puissance rayonnée

- Dans la direction D
- dans l'angle solide $d\Omega$.

$$I = d\phi / d\Omega [W \cdot Sr^{-1}]$$

Avec (sr): stéradian unité de l'angle de diffusion

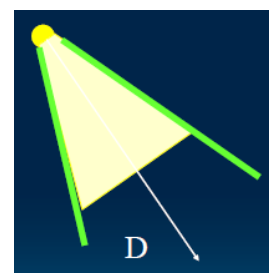


Figure IV-5. Intensité Energétique

Cette grandeur est intéressante pour caractériser dans l'espace comment cette surface émet.

3. Le Flux rayonné

C'est la puissance totale rayonné par une source dans tout l'espace.

Ce flux ϕ est émis pour différents longueurs d'onde, aussi peut -on décomposer ce flux en flux **monochromatique** élémentaire ϕ_λ qui permet de caractériser précisément la « facon » dont le corps rayonne.

$$\phi = \int \phi_\lambda . d_\lambda [W / \mu]$$

Quantifier le flux émis par une source dans un domaine de longueur d'onde (λ_1, λ_2) donné, revient à exprimer :

$$\phi = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \phi_\lambda . d_\lambda$$

4. La Luminance

Dans le cas d'une source étendue, la luminance **L** est le flux émis par unité de surface apparente, par unité d'angle solide et par unité de longueur d'onde. C'est une grandeur directionnelle.

Elle peut être monochromatique ou totale.

Elle permet de caractériser la perception de ce rayonnement par un observateur.

Si l'on considère un élément de surface dS émettant vers un élément de surface dS' , on aura :

- Luminance monochromatique : $L_{\lambda,\theta} = \frac{d\phi}{d\Omega . dS . \cos \theta . d\lambda} [W / m^2 . Sr . m]$
- Luminance totale : $L_\theta = \frac{d\phi}{d\Omega . dS . \cos \theta} [W / m^2 . Sr]$

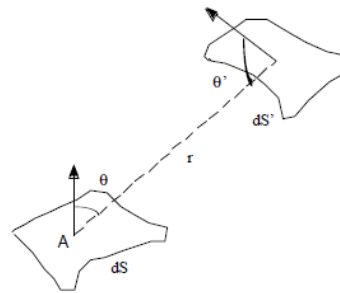


Figure IV-6 Luminance entre deux surfaces

5. Emittance

Toujours dans le cas d'une source étendue, l'émittance **M** est le flux émis par unité de surface dans tout le demi-espace supérieur. C'est une grandeur hémisphérique.

- Emissance monochromatique : $M_\lambda = \frac{d\phi}{dS.d\lambda} [W / m^2.Sr]$
- Emissance totale : $M = \frac{d\phi}{dS} [W / m^2]$

6. Loi de Lambert

On dit qu'une source vérifie la loi de Lambert (ou qu'elle est à émission diffuse) si sa luminance ne dépend pas de la direction d'émission. La plupart des corps émissifs vérifient cette propriété. On obtient alors une relation simple entre la luminance et l'émissance : $M(T) = \pi \times L$

III. GRANDEURS RELATIVES A LA RECEPTION DU RAYONNEMENT

1. Eclairement

On appelle l'éclairement $E [W.m^{-2}]$ la quantité de lumière reçue par unité de surface, qui correspond au flux total $d\phi$ reçue par une surface dS .

L'élément de surface dS du corps émet un flux $d\phi [W]$ lié à sa température ($d\phi = 0$ à $0K$).

$$E = \frac{d\phi}{dS} [W / m^2]$$

Éclairement $[W.m^{-2}] = \text{puissance} [lumen] / \text{surface éclairée} [m^2]$

e est donc la densité de flux émis par dS dans toutes les directions de l'espace.

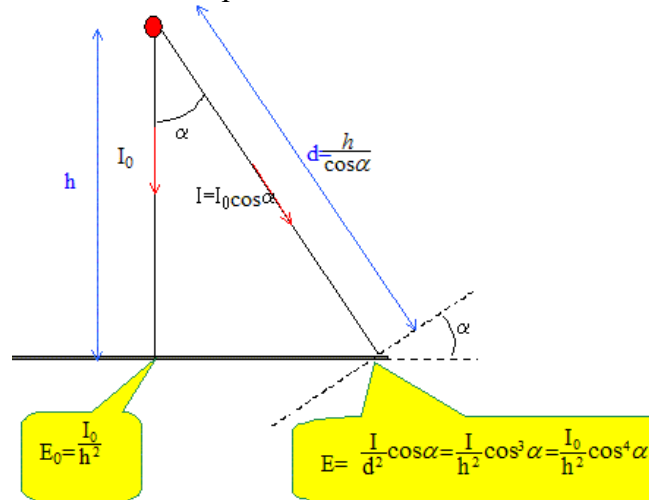


Figure IV-7. Projection de l'éclairement dans l'espace

IV. RELATION ENTRE GRANDEURS D'EMISSION ET RECEPTION

Si une source ponctuelle :

- ayant une intensité I
- rayonne en direction de surface réceptrice dS' .

L'éclairement sur la surface dS' est : $E = \frac{I \cdot \cos \alpha}{d^2}$; avec $d = \frac{h}{\cos \alpha}$

V. CORPS NOIR

Un corps noir est un corps idéal (qui n'existe donc pas dans la nature, servant de référence pour les physiciens) possédant les propriétés suivantes :

Il **absorbe** tout éclairement indépendamment de la longueur d'onde et de la direction de cet éclairement.

À une température de surface équivalente, le rayonnement d'un corps noir est plus grand que celui de toute autre surface ;

Le rayonnement d'un corps noir est **isotrope** (caractérise l'invariance des propriétés physiques d'un milieu en fonction de la direction)



Figure IV-8. Corps noirs de différentes émissivités (Crystal Houdré)

La neige fond d'un corps sombre, signe que celui-ci absorbe et rayonne plus d'énergie thermique que la neige.

Exemples

- Peintures à base de particule de graphite (carbone) permettent d'absorber jusqu'à 90 % de l'éclairement.
- Matériaux de synthèse permettent de se rapprocher des 99 % d'absorption.
- Le système qui se rapproche au plus près du corps noir est celui constitué d'une cavité isolée de l'ambiance extérieure.

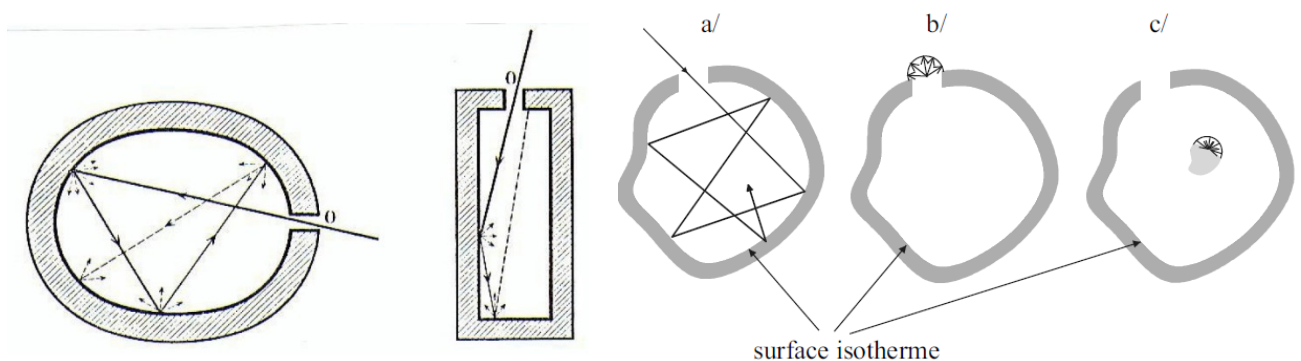


Figure IV-9. Corps noirs artificielles

- ⊗ Tout rayonnement pénétrant dans la cavité par le petit orifice est réfléchi un grand nombre de fois.
- ⊗ À chaque réflexion, une partie du flux est absorbée.
- ⊗ Au bout d'un nombre suffisant de réflexions, le flux est complètement absorbé et la cavité se comporte donc comme un corps noir.

1. Propriétés du corps noir:

- ⊗ Tous les corps noirs rayonnent de la même manière.
- ⊗ Le corps noir ne rayonne pas comme un corps non noir à la même température

2. Grandeurs liées aux corps noirs

a. Loi de Planck :

Elle traite la Luminance spectrale du corps noir

À partir de la théorie des quantas, PLANCK a établi la relation liant l'émittance monochromatique M_{λ}^0 du corps avec sa température et la longueur d'onde.

Loi de Planck : « L'émittance monochromatique du corps noir dépend seulement de λ et de T ».

La luminance $L_{\lambda}^0(T)$ du corps noir est égale à la densité d'énergie du rayonnement multipliée par $\frac{4\pi}{c}$

- On en déduit la luminance spectrale du corps noir $\frac{C_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1} [W / m^2 \cdot \mu m]$

C_1 et C_2 sont des constantes qui valent respectivement :

$$C_1 = 3,74 \cdot 10^{-16} \text{ W m}^2; \quad C_1 = 3,74 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \mu^4 \cdot \text{m}^{-2}$$

$$C_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2} \text{ m K}; \quad C_2 = 1,4400 \cdot 10^{-2} \mu \cdot \text{K}$$

D'une façon générale.

$$C_1 = 2\pi h C^2 \quad (C : \text{Vitesse de la lumière, } h : \text{constante de Planck})$$

$$C_2 = \frac{hC}{k} \quad (k : \text{constante de Boltzmann})$$

La figure suivante montre le tracé de $L_{\lambda}^0(T)$ pour différentes valeurs de T.

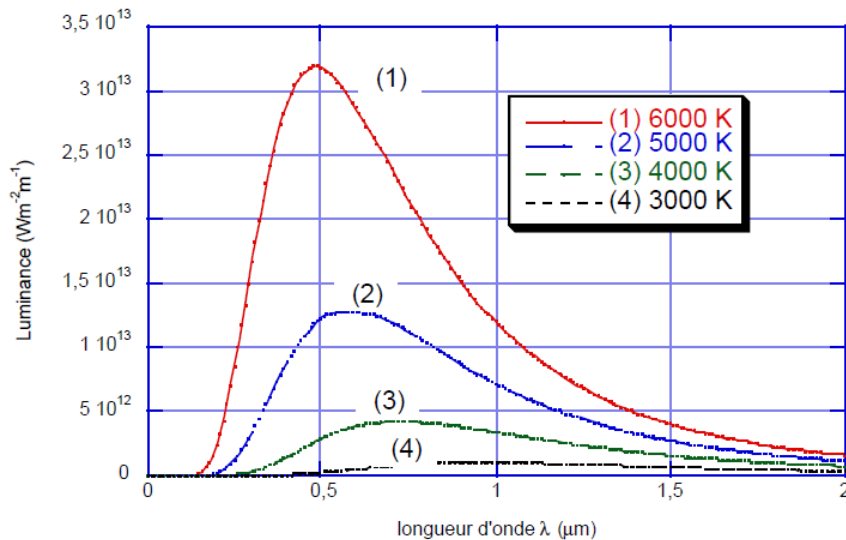


Figure IV-10. Allure de la luminance pour différentes températures.

Quelques remarques sont à faire :

- Toutes ces courbes passent par l’origine et sont tangentes en ce point à l’axe des abscisses.
- L’axe des abscisses est l’asymptote de ces courbes lorsque la longueur d’onde tend vers l’infini.
- Ces courbes passent par un maximum qui est d’autant plus grand que la température est élevée.
- La longueur d’onde correspond à ce maximum est d’autant plus petite que la température du corps est élevée.
- Pour une longueur d’onde donné, l’émittance est plus élevée que la température du corps est élevée.

Un corps noir vérifiant par définition la loi de Lambert, son émittance monochromatique (où Spectrale) vaut : $M_{\lambda}^0(T) = \pi L_{\lambda}^0(T)$

b. Lois dérivées de la loi de Planck

Bien que la formule de Planck soit facilement programmable, des formes dérivées peuvent être utilisées pour simplifier certaines formulations. Citons :

- Pour les petites longueurs d’onde dans le domaine visible

$e^{\frac{c_2}{\lambda T}}$ est grand devant 1, d’où $M_{\lambda}^0(T) = \frac{C_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}}}$

- Pour les grandes longueurs d’onde dans le lointain infrarouge le développement de $e^{\frac{c_2}{\lambda T}}$ permet

d’écrire : $M_{\lambda}^0(T) = \frac{C_1 T}{C_2 \lambda^4}$

c. Loi de Wien

La loi de Wien permet d’exprimer le fait que les maxima de ces courbes se déplacent :

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2897$$

La longueur d'onde à laquelle le rayonnement est le plus intense qui correspond à la luminance maximale est fonction de la température du matériau

Remarque :

Tout objet qui est à une température différente du zéro absolue émet du rayonnement

A température ambiante $\lambda_{max} = 10 \mu m$. Les systèmes d'imagerie nocturne prisés des militaires sont souvent des systèmes d'imagerie qui restituent une image autour de $10 \mu m$ afin de visualiser des différences de température (un corps à $37^\circ C$ sur un fond plus chaud ou plus froid).



Figure IV-11. Image thermique d'une façade d'immeuble permettant de localiser les pertes thermiques

Remarque : Certains milieux opaques dans le visible sont transparents dans l'infra-rouge et une caméra sensible à ces longueurs d'onde permet de faire une image thermique au travers.



Figure IV-12. Spectre Visible et rayonnement thermique

d. **Loi de Stefan-Boltzmann** Emittance totale du corps noir

C'est la puissance totale rayonnée dans le demi espace supérieur par unité de surface du corps noir

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4} \quad \text{Constante de Stefan } M(T) = \sigma \times T^4$$

Remarque : La puissance de ce rayonnement émis est fonction de la température du corps, elle est d'autant plus grande que la température du corps est élevée.

Pour les applications numériques, comme les températures sont généralement supérieures à 100K, il est judicieux d'utiliser la relation $M^\circ = 5.68 \left(\frac{T}{100}\right)^4$

VI. CORPS REELS

Les corps réels sont comparés au corps noir de même température.

Le corps noir étant « l'étalon du rayonnement, l'évaluation de l'émission d'un corps réel se fera par rapport à celle du corps placé dans les mêmes conditions.

Ainsi, les émittances totales ou monochromatiques d'un corps réel s'écrivent :

$$\varepsilon = \frac{M}{M^o} ; \text{ d'où } M = \varepsilon M^o ; \text{ et } \varepsilon_\lambda = \frac{M_\lambda}{M^o_\lambda}$$

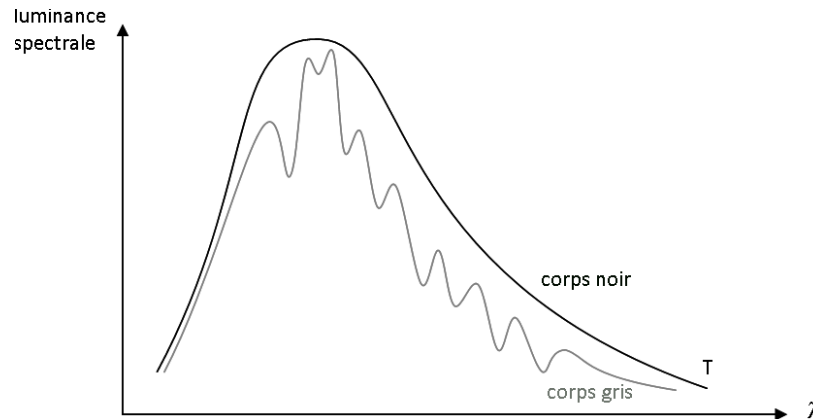


Figure IV-13. Luminance des corps réels en fonction de la longueur d'onde.

1. Puissance (Emittance)thermique rayonnée par un corps réel (Loi de Kirchhoff)

Cette loi établit un rapport entre le coefficient d'absorption α et le coefficient d'émission ε d'une même surface.

$$\text{Ainsi : } \varepsilon_\lambda = \frac{M_\lambda(T)}{M^o_\lambda(T)} \text{ d'où } M_\lambda(T) = \varepsilon_\lambda \cdot M^o_\lambda(T) = \varepsilon_\lambda \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$\text{L'émissivité est toujours inférieure à 1. } M(T) = \varepsilon_\lambda \cdot \sigma \cdot T^4 = \varepsilon \cdot S \cdot \sigma \cdot T^4 [W / m^2]$$

VII. CORPS GRIS

Un corps gris est un corps dont le pouvoir absorbant est indépendant de la longueur d'onde du rayonnement qu'il reçoit. En général, on considère les corps solides comme des corps gris

1. Emissivité d'un corps gris "ε"

Matériau	Température	Emissivité
Aluminium, nu après laminage	170°C	0,04
Aluminium, anodisé noir	50°	0,98
Béton	20°C	0,93
Glace, lisse	0°C	0,97
Fer poncé	20°C	0,24
Verre	90°C	0,94
Cuivre, légèrement ternis	20°C	0,04
Cuivre, oxydé	130°C	0,76
Acier, trempé	200°C	0,52
Acier, oxydé	200°C	0,79
Vernis, noir mat	80°C	0,97

Tableau IV-2. Quelques valeurs de l'émissivité des corps gris.

VIII. ÉCHANGES RADIATIFS SEPARÉES PAR UN MILIEU TRANSPARENT

Hypothèses :

- ⊗ Les surfaces considérées sont supposées homogènes, opaques, isothermes et grises.
- ⊗ Les éclaircissements sont supposés homogènes et les réflexions diffuses ;

Definition :

Milieu transparent = Milieu non absorbant (ni émissif) Il ne participe donc pas aux échanges radiatifs

1. Échanges Radiatifs entre deux Surfaces noirs

a. Facteurs de formes

C'est la fraction de la puissance rayonnante quittant la surface S_i et interceptée directement par la surface S_j

F_{ij} = la fraction du rayonnement quittant la surface i qui frappe directement la surface j

Par conséquent, le facteur de forme F_{12} représente la fraction de rayonnement sortant de la surface 1 qui frappe directement la surface 2, et F_{21} représente la fraction du rayonnement sortant de la surface 2 qui frappe directement la surface 1.

Notez que le rayonnement qui frappe une surface n'a pas besoin d'être absorbé par cette surface. De plus, le rayonnement qui frappe une surface après avoir été réfléchi par d'autres surfaces n'est pas pris en compte dans l'évaluation des facteurs de vue.

Supposant que S_1 et S_2 sont deux surfaces noires maintenues à des températures **uniformes** T_1 et T_2

Le flux total hémisphérique émis par S_1 est : $\phi_1 = M_1^0 S_1$ dont seule une fraction Φ_{12} atteint S_2 .

Avec M_1^0 : Emittance totale du corps noir.

D'une façon générale : $\phi_{12} = F_{12}\phi_1 = M_1^0 S_1 F_{12}$

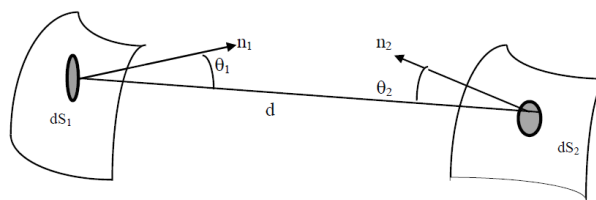


Figure IV-14. Échanges Radiatifs entre deux Surfaces

$$F_{12} = \frac{1}{S_i} \iint_{S_i, S_j} \frac{dS_i \cdot \cos \beta_i \cdot dS_j \cdot \cos \beta_j}{\pi d_{ij}^2}; \quad \text{Ou bien} \quad F_{i,j} = \frac{\phi_{i \rightarrow j}}{\phi_i} \quad \text{avec} \quad 0 \leq F_{i \rightarrow j} \leq 1$$

b. Relations entre facteurs de forme

i. Relation de réciprocité

La symétrie des expressions de conduit à la réciprocité des facteurs de formes.

$$\phi_{12} = M_1^0 S_1 F_{12} = M_2^0 S_2 F_{21}$$

$$\phi_{21} = M_2^0 S_2 F_{21} = M_1^0 S_1 F_{12}$$

$$S_1 F_{12} = S_2 F_{21}$$

ii. Relation de complémentarité

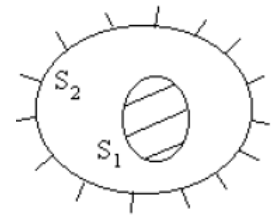
Dans une enceinte fermée, le flux ϕ_i émis par une surface S_i est susceptible d'être reçu par les n surfaces qui constituent la surface (la surface i comprise).

$$\phi_i = \phi_{i \rightarrow 1} + \phi_{i \rightarrow 2} + \dots + \phi_{i \rightarrow i} + \phi_{i \rightarrow n}$$

c. Évaluation de facteurs de formes :

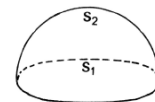
i. Deux surfaces parallèles de grandes dimensions par rapport à leurs distances : surfaces en " influence totale ".

$$F_{12} = 1 \quad \longrightarrow \quad F_{21} = \frac{S_1}{S_2} \quad F_{22} = 1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$



ii. Cas de deux sphères concentriques:

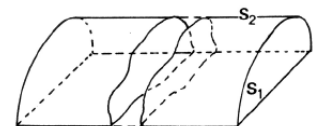
$$F_{21} = \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \quad \longrightarrow \quad F_{22} = F_{12} - F_{21}$$



iii. Demi sphère, par rapport à leur plan de base S1 :

Dans ce cas aussi tout le flux émis par S1 atteint S2

$$F_{12} = 1/2$$

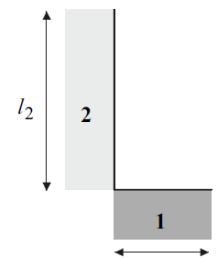


iv. Demi cylindre très long, par rapport à leur plan de base S1 :

$$F_{12} = 2/\pi$$

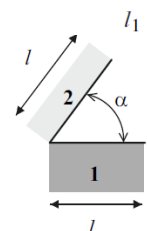
v. Deux plaques perpendiculaires jointes

$$F_{12} = \frac{1 + \gamma - \sqrt{1 + \gamma^2}}{2}, \text{ Avec } \gamma = \frac{l_2}{l_1}$$



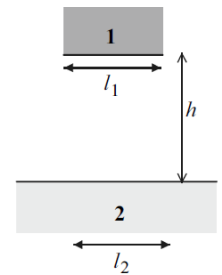
vi. Deux plaques de même longueur, inclinées et jointes

$$F_{12} = 1 - \sin \frac{\alpha}{2}$$



vii. Deux plaques parallèles

$$F_{12} = \frac{\sqrt{(L_1 + L_2)^2 + 4} - \sqrt{(L_2 - L_1)^2 + 4}}{2L_1}, \text{ avec } L_1 = \frac{l_1}{h} \text{ et } L_2 = \frac{l_2}{h}$$



2. PUISSANCE NETTE ÉCHANGÉE

Le flux net échangé par rayonnement entre deux surface noires S1 et S2, noté $\Phi_{12} \text{ net}$, s’obtient en faisant un bilan d’énergie thermique sur S1

$$\phi_{12} \text{ net} = \phi_{12} - \phi_{21} = M_1^0 S_1 F_{12} - M_2^0 S_2 F_{21}$$

$$\phi_{12} \text{ net} = S_1 F_{12} (M_1^0 - M_2^0) = S_2 F_{21} (M_2^0 - M_1^0)$$

$$\phi_{12} \text{ net} = S_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) = S_2 F_{21} \sigma (T_2^4 - T_1^4)$$

Remarque :

Suivant le signe de ϕ_{net} il est possible de savoir si la surface perd de l’énergie par rayonnement $\phi_{net} > 0$, si elle gagne $\phi_{net} < 0$ ou si les pertes sont compensées par les gains $\phi_{net} = 0$; dans ce dernier cas la surface est adiabatique vis-à-vis de l’extérieur.

3. ÉCHANGES RADIATIFS DANS UNE ENCEINTE NOIRE

Soit une enceinte constituée de n surfaces noires S_j avec j=1, ...,n, et faisons un bilan des échanges radiatifs sur l’une des surfaces, S_i :

$$\phi_i \text{ net} = \phi_i - \sum_{j=1}^n \phi_{ji} = S_i M_i^0 - \sum_{j=1}^n S_j F_{ji} M_j^0$$

4. ANALOGIE ÉLECTRIQUE DES ÉCHANGES RADIATIFS

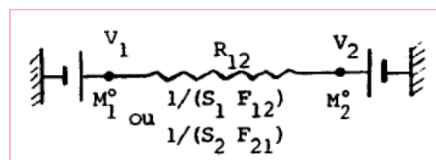


Figure IV-15. Schémas électriques

$$\phi_{12} \text{ net} = S_1 F_{12} (M_1^0 - M_2^0), \text{ Par analogie électrique } I_{12} = \frac{1}{R_{12}} (V_1 - V_2)$$

IX. ECHANGES RADIATIFS ENTRE CORPS REELS A TRAVERS UN MILIEU TRANSPARENT

1. Définition de la radiosité

Les échanges radiatifs entre surfaces grises sont plus complexes, car les surfaces réfléchissent du rayonnement et il apparaît alors dans une enceinte fermée des multi réflexions. Une nouvelle notion est alors utilisée : c'est la radiosité **J**.

La radiosité de la surface est la somme du flux émis et du flux réfléchi par unité de surface.

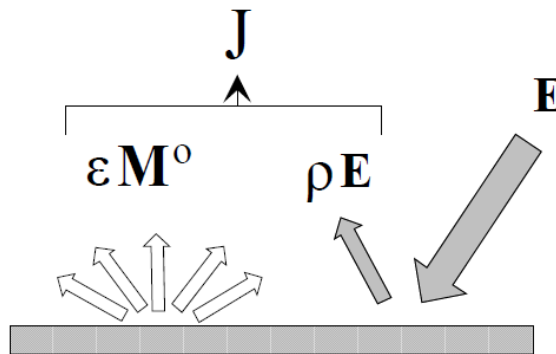


Figure IV-16. Radiosité

Avec :

$$J = \varepsilon M^0 + \rho E$$

J	Radiosité de la surface grise
εM^0	Emittance de la surface grise
E	Eclairement de la surface

Le flux net de la surface est alors :

$$et = \varepsilon M^0 S - \alpha ES$$

Rappel :

Lorsqu'un flux radiatif Φ atteint une surface il se décompose en :

$$\phi = \phi_\tau + \phi_r + \phi_a$$

Les coefficients de transmission, réflexion et absorption :

$$\tau = \frac{\phi_\tau}{\phi}; \rho = \frac{\phi_r}{\phi}; \alpha = \frac{\phi_a}{\phi}$$

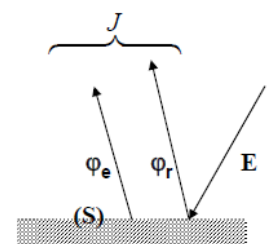


Figure IV-17. Flux radiatif

Avec : $\tau + \rho + \alpha = 1$

Pour un corps gris : $\alpha = \varepsilon$, pour une surface opaque : $\tau = 0$ donc : $\rho = 1 - \varepsilon$

Hypothèses :

Il n'y a pas absorption totale par les surfaces recevant du rayonnement.

Soit **J** la radiosité, somme de l'émission de la surface et du flux réfléchi par l'unité de surface :

$$J = \phi_e + \phi_r$$

Avec $\varphi_e = \varepsilon M^0 = \varepsilon \sigma T^4$ et $\varphi_r = \rho E$ Alors $J = \varepsilon M^0 + \rho E = \varepsilon M^0 + (1 - \varepsilon) E$

Avec E Eclairissement de la surface S qui vaut : $E = \frac{J - \varepsilon M^0}{1 - \varepsilon} [W.m^{-2}]$

Considérons maintenant la surface S_i choisie parmi n surfaces isothermes et homogènes qui délimitent un volume :

$$\frac{\varphi_{net}}{S} = J - E$$

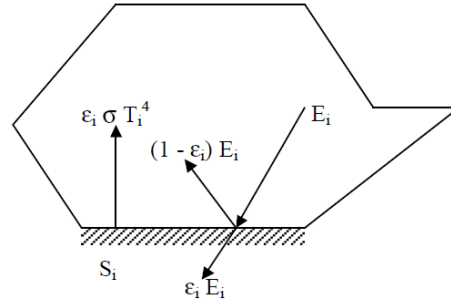


Figure IV-18. Eclairissement de plusieurs surfaces

Le flux net perdu par la surface S est égal à la différence entre les flux émis et absorbé par cette surface :

$$\varphi_{net} = S_i(j_i - E_i) \text{ D'autre écriture } \varphi_{net} = \frac{\varepsilon S}{1 - \varepsilon} (M^0 - J)$$

La densité de flux nette perdue par une surface est égale à la différence entre sa radiosité (densité de flux quittant la surface par émission et réflexion) et son éclairissement (densité de flux arrivant sur la surface).

2. Interprétation en termes d'analogie électrique

Le flux net rayonné par une surface grise et diffusante en émission et réflexion est :

$$\varphi_{net} = \frac{(M^0 - J)}{\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon S}}$$

Il peut être interprété en termes d'analogie électrique comme suit :

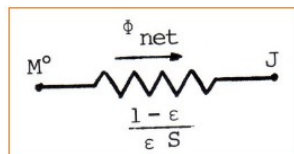


Figure IV-19. Schémas du flux d'une surface

La résistance $\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon S}$ est soumise à la d.d.p $M^0 - J$ et est traversée par le courant φ_{net}

a. Cas de deux surfaces réelles

On arrive ainsi au schéma des échanges radiatifs mutuels entre deux surfaces grises et diffusantes.

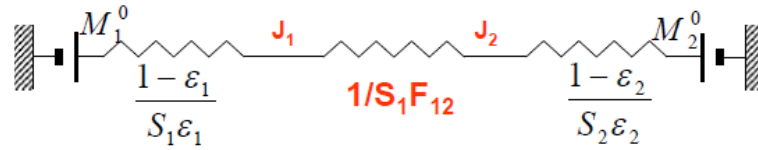


Figure IV-20. Schémas du flux de deux surfaces

b. Cas de trois surfaces réelles

Pour trois surfaces dont une adiabatique, on obtient :

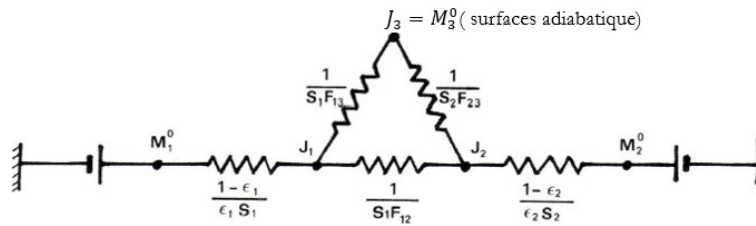
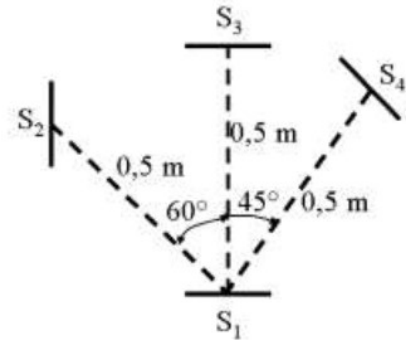


Figure IV-21. Schémas du flux de trois surfaces

X. TRAVAUX DIRIGES

Exercice1

Une surface $S_1=10^{-3}m^2$ émet de manière isotrope avec une luminance mesurée dans la direction normale $L_0=4500 \text{ w/m}^2\text{sr}$ Trois surfaces ($S_2=S_3=S_4=10^{-3}m^2$) à la même distance 0.5m de S_1 interceptent le rayonnement provenant de S_1



- Quel est la Luminance de S_1 dans chacune des directions
- Angle solide sous lesquels on voit les surfaces depuis S_1
- Eclairement de chaque surface.

Corrigé :

- Puisque le rayonnement est isotrope, alors son intensité ne dépend pas de la direction d'émission. La luminance est donc: $L = L_n = 4500 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$.
- L'angle solide entre la surface i (2, 3 et 4) et la surface 1 est donné par la relation :

$$\Omega = dS / r^2 = dA \cdot \cos\theta / r^2$$

Dans cette relation, θ désigne l'angle que fait la surface i avec la direction du rayonnement incident provenant de 1. Cependant, à partir de l'hypothèse (H2) on peut dire que r ne varie pas beaucoup vis-à-vis de r_0 lorsque l'on balaye la surface i . On peut donc donner une valeur approchée des angles solides par :

$$\Omega_{2 \rightarrow 1} = \frac{10^{-3} \cos 60^\circ}{0.5^2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Sr}$$

$$\Omega_{3 \rightarrow 1} = \frac{10^{-3} \cos 0^\circ}{0.5^2} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Sr}$$

$$\Omega_{4 \rightarrow 1} = \frac{10^{-3} \cos 45^\circ}{0.5^2} = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ Sr}$$

- Pour calculer l'éclairement (le flux intercepté par la surface) i (2, 3 et 4) en venant de 1 on utilise la relation : $E = \frac{d\phi}{dS}$ avec $L_\lambda = \frac{d\phi}{d\Omega \cdot \cos\theta_1}$ d'où $E = \frac{L_\lambda \cdot d\Omega \cdot \cos\theta_1}{S_2}$, θ_1 désigne l'angle que fait la direction du rayonnement issu de 1 et incident aux surfaces i avec la surface 1. On trouve alors:

$$E_{1 \rightarrow 2} = \frac{L_1 \cdot d\Omega \cdot \cos\theta_{1-2}}{S_2} = 4500 \text{ W/m}^2$$

$$E_{1 \rightarrow 3} = \frac{L_1 \cdot d\Omega \cdot \cos\theta_{1-3}}{S_3} = 18000 \text{ W/m}^2$$

$$E_{1 \rightarrow 4} = \frac{L_1 \cdot d\Omega \cdot \cos\theta_{1-4}}{S_4} = 8909 \text{ W/m}^2$$

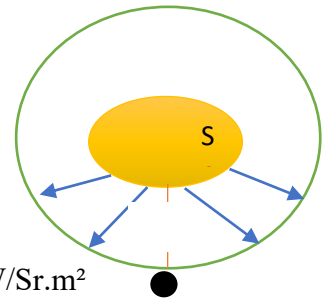
Exercice 2

Le soleil est une sphère de 688 000 km de rayon, située à 150 millions de kilomètres de la terre. Sa surface, considérée comme un corps noir, est à une température de 5750 K.

La terre a un rayon de 6380 km, et une température de surface moyenne de 27°C

- Calculer l'Emittance totale du soleil (préciser l'unité)
- Calculer la puissance totale rayonnée par le soleil (préciser l'unité)
- Calculer sa luminance énergétique, en supposant que l'intensité est constante dans toutes les directions (préciser l'unité)
- Calculer l'angle solide sous lequel on voit le soleil depuis la terre

5. Calculer la puissance reçue au voisinage de la terre (hors atmosphère) par m² de surface normale aux rayons. On rappelle que cette puissance est appelée constante solaire.



Corrigé :

1. L'émittance totale du soleil $M(T) = \sigma T^4 = 6.198 \cdot 10^7 \text{ W/m}^2$
2. Puissance totale $\varphi = S M(T) = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2 = 3.686 \cdot 10^{22} \text{ W}$
3. Luminance : d'après la loi d'Alembert $M(T) = \pi \cdot L$, d'où $L = 19.728 \cdot 10^6 \text{ W/Sr.m}^2$
4. L'angle solide $\Omega = \frac{S \cdot \cos\theta}{d^2}$ avec $\theta = 0$ et $\cos\theta = 1$; $d = 150 \cdot 10^9 \text{ m}$ alors $\Omega = 6.609 \cdot 10^5 \text{ W}$
5. La puissance reçue au voisinage de la terre $\varphi = \frac{\text{puissance totale}}{S \text{ rayonnement soleil-terre}} = \frac{3.686 \cdot 10^{22}}{4\pi d^2}$

Exercice 3

Pour chauffer une pièce, on utilise un radiateur cylindrique de diamètre $D = 2 \text{ cm}$ et de longueur $L = 0,5 \text{ m}$. Ce radiateur rayonne à une émissivité $\epsilon = 0.7$ et émet une puissance de 1 kW . On néglige les échanges par convection et conduction.

- 1) Calculer la température T du radiateur (en degré Celsius).
- 2) Déterminer la longueur d'onde λ_m pour laquelle la densité spectrale d'énergie émise par le radiateur est maximale.
- 3) Quelle devrait être la température du radiateur pour que cette longueur d'onde soit de $2 \mu\text{m}$?
- 4) Quelle serait alors la puissance dégagée ?

Corrigé :

- 1) Soit T la température absolue du radiateur ($T = q + 273$) et T_0 celle de la pièce chauffée.
- 2) Si on néglige la chaleur absorbée par le radiateur, ce qui est possible lorsque $T \gg T_0$, la seule puissance prise en compte est celle émise par rayonnement thermique. Elle a pour valeur, loi de Stéfán : $\varphi = \epsilon S \sigma T^4$ (ϵ , émissivité de la surface, est égale à 1 car le radiateur rayonne comme le corps noir ; S du radiateur égale à $2\pi r l$; σ constante de Stéfán vaut $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W /m}^2 \cdot \text{K}^4$).

On obtient : $T = (\varphi / S \epsilon \sigma)^{1/4} = 946 \text{ K}$, soit $T = 673 \text{ }^\circ\text{C}$

La loi de Wien donne : $\lambda_{\text{max}} T = 2897 \text{ (}\mu\text{m.K)}$; λ_m est la longueur d'onde correspondant au maximum du spectre du rayonnement thermique émis. On trouve : $\lambda_{\text{max}} = 3,31 \mu\text{m}$.

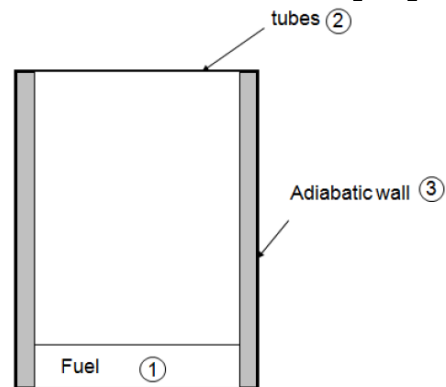
- 3) Selon la loi de Wien, $\lambda_{\text{max}} T' = 2897 \rightarrow T' = 1448 \text{ K}$.
- 4) A cette température le radiateur rayonne : $\varphi_2 = \varphi (T' / T)^4 \approx 9,1 \text{ kW}$

Exercice 4

Dans une chaudière, la chaleur est rayonnée à partir du côté combustible brûler aux parois latérales et les tubes de la chaudière dans la partie supérieure. La température du combustible et les tubes sont T_1 et T_2 et leurs surfaces sont S_1 et S_2 .

- a) Assumant que la paroi est parfaitement isolée de l'extérieur, déterminer T_3 .

- b) Déterminer la radiation totale ϕ_2 .
 c) Calculer le transfert radiatif de chaleur aux tubes si $T_1=1700\text{ °c}$ $T_2=300\text{ °c}$ $S_1=S_2= 12\text{m}^2$ le facteur de forme de chaque côté est 0.5



Corrigé :

- a) Puisque le but est d'échauffer les tubes à travers le combustible :

$$M_2 = M_{1-2} + M_{3-2}; \phi_2 = \phi_{1-2} + \phi_{3-2} \quad (1)$$

Le flux reçu par ① et radié à ② par ③ est le même puisque ③ est adiabatique

La totalité du flux reçu par ③ de ① et cédé à ② sans rien absorber.

$$\phi_{1-3} = \phi_{3-2} \quad (2)$$

$$D'où : F_{13} \sigma S_1 (T_1^4 - T_3^4) = F_{32} \sigma S_3 (T_3^4 - T_2^4)$$

Par suite :

$$T_3^4 = \frac{F_{13} S_1 T_1^4 + F_{32} S_3 T_2^4}{F_{32} S_3 + F_{13} S_1}; T_3 = \left(\frac{F_{13} S_1 T_1^4 + F_{32} S_3 T_2^4}{F_{32} S_3 + F_{13} S_1} \right)^{1/4}$$

$$\text{Puisque : } F_{ij} S_i = F_{ji} S_j$$

- b) Depuis (1)

$$\phi_2 = F_{12} \sigma S_1 (T_1^4 - T_2^4) + F_{23} \sigma S_2 (T_3^4 - T_2^4)$$

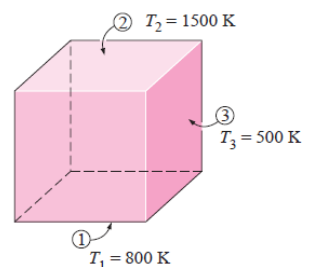
$$\phi_2 = F_{12} \sigma S_1 (T_1^4 - T_2^4) + F_{23} \sigma S_2 \left(\frac{F_{13} S_1 T_1^4 + F_{32} S_3 T_2^4}{F_{32} S_3 + F_{13} S_1} - T_2^4 \right)$$

$$\phi_2 = \sigma (T_1^4 - T_2^4) \left(F_{12} S_1 + \frac{F_{13} S_1 + F_{32} S_2}{F_{32} S_3 + F_{13} S_1} \right)$$

- c) $T_3 = 1662\text{K}$; $\phi_2 = 7.68 \times 10^6\text{W}$

Exercice N°5

Considérez le four cubique de $5\text{m} \times 5\text{m} \times 5\text{m}$ illustré sur la figure dont les surfaces se rapprochent étroitement des surfaces noires. Les surfaces de base, supérieure et latérales du four sont maintenues à des températures uniformes de 800 K, 1500 K et 500 K, respectivement.



Déterminer :

- (a) le taux net de transfert de chaleur par rayonnement entre la base et les surfaces latérales,
 (b) le taux net de transfert de chaleur par rayonnement entre la base et la surface supérieure, et (c) le transfert net de chaleur par rayonnement depuis la surface de base.

Corrigé :**Hypothèses :**

- Les surfaces sont noires et isothermes.
- Les quatre surfaces latérales possèdent les mêmes propriétés, nous pouvons donc les traiter comme une seule surface latérale dans l'analyse du rayonnement.
- Nous considérons que la surface de base est la surface 1, la surface supérieure est la surface 2 et les surfaces latérales sont la surface 3.

Détermination de ϕ_{1-3} ; ϕ_{1-2} et ϕ_1 .

- (a) Le taux net de transfert de chaleur par rayonnement ϕ_{1-3} de la surface 1 à la surface 3

$$\phi_{1-3} = \sigma F_{13} S_1 (T_1^4 - T_3^4)$$

Nous devons évaluer le facteur de vue F_{13} . Après avoir vérifié les graphiques et les tableaux des facteurs de vue, nous réalisons que nous ne pouvons pas déterminer ce facteur de vue directement. Cependant, nous pouvons déterminer le facteur de vue F_{12} directement à partir de la figure comme étant $F_{12} = 0,2$, et nous savons que $F_{11} = 0$ puisque la surface 1 est un plan.

L'application de la règle de sommation à la surface 1 donne :

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$$

Or

$$F_{13} = 1 - F_{11} - F_{12} = 1 - 0 - 0,2 = 0,8$$

D'où: $\phi_{1-3} = 394 \text{ KW}$

- (b) Le transfert de chaleur net par rayonnement ϕ_{1-2} de la surface 1 à la surface 2 est

$$\phi_{1-2} = \sigma F_{12} S_1 (T_1^4 - T_2^4) = -1319 \text{ KW}$$

Le signe négatif indique que le transfert de chaleur par rayonnement net se fait de la surface 2 à la surface 1.

- (c) Le transfert de chaleur par rayonnement net de la surface de base ϕ_1 est déterminé à partir de :

$$\phi_1 = \sum_{j=1}^3 F_{1j} = F_{11} + F_{12} + F_{13} = -925 \text{ KW}$$

en remplaçant l'indice i par 1 et en prenant $N = 3$.

Exercice N°6

Le flux incident solaire ϕ_i reçu en France au mois de juillet est de 250 W/m^2 . On suppose que l'atmosphère est totalement transparente au rayonnement solaire et que la surface terrestre est assimilable à un corps noir.

- 1) Quelle température de surface permet d'assurer l'équilibre radiatif de la Terre.
- 2) Comparer ce résultat avec les valeurs de températures réelles mesurées.

Corrigé :

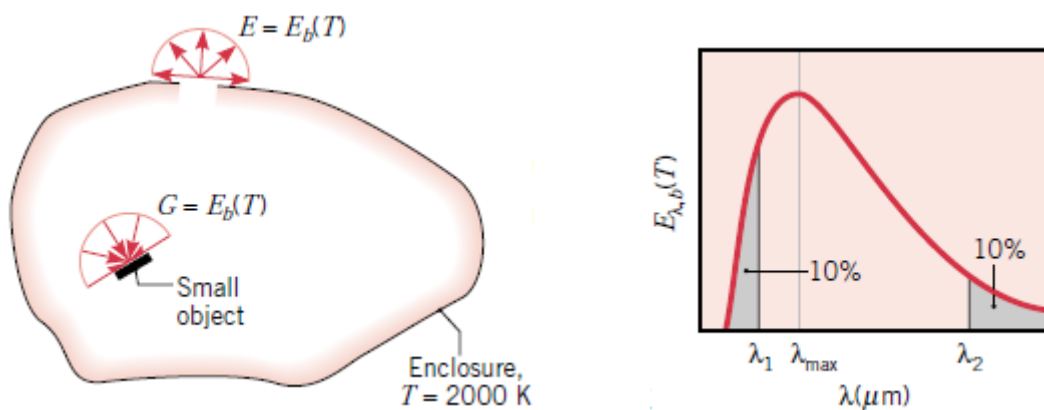
- 1) $M(T) = \sigma T^4 = 250 \text{ W/m}^2$ d'où $T = 257,68 \text{ K}$
- 2) Cette température est très inférieure à la température réelle.

Exercice N°6

On considère une large enceinte isotherme à $T=2000K$

- 1) Calculer l'émittance de rayonnement sortant par une petite ouverture pratiquée sur la surface
- 2) Donner λ_1 au-dessous de laquelle est concentré 10 % de l'émission
- 3) Déterminer le maximum de l'émittance spectrale ainsi que la longueur d'onde correspondante, respectivement en w/m^2 et μm .
- 4) Eclairage d'un petit objet placé à l'intérieur de l'enceinte ?

Corrigé :



Hypothèse :

Les zones d'ouverture et d'objet sont très petites par rapport à la surface de l'enceinte.

- 1) L'émission par l'ouverture de toute enceinte isotherme aura les caractéristiques du rayonnement du corps noir
 $\Phi = \sigma \cdot T^4 = 9.07 \times 10^5 W/m^2$; $\Phi = \sigma \cdot F_{01} \cdot T^4 = 9.07 \times 10^5 W/m^2$; avec $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W/m^2$
- 2) La longueur d'onde λ_1 correspond à la limite supérieure de la bande spectrale ($0 \rightarrow \lambda_1$) contenant 10% de la radiation émise. Sachant que $F_{01} = 0.10$; or $\lambda_1 T = 2897 (\mu m.K)$ d'où $\lambda_1 = 1,4485 \mu m$
- 3) La longueur d'onde λ_2 correspond à la limite supérieure de la bande spectrale ($0 \rightarrow \lambda_2$) contenant 10% de la radiation émise. Sachant que $F_{0-\infty} = 1 - F_{02} = 0.1$ d'où $F_{02} = 0.9$

Exercice N°8

Le filament d'une ampoule de 100 W est un fil cylindrique de tungstène avec un diamètre de $d = 0,280$ mm et d'une longueur de $l = 1,80$ cm. Considérer que le filament rayonne comme une cavité à l'équilibre thermique et supposer que le filament n'absorbe pas d'énergie de l'environnement.

(a) Trouver la température à laquelle opère le filament.

(b) Trouver le temps nécessaire afin que la température retourne à la température ambiante $T_{amp} = 300$ K après l'extinction de l'ampoule.

Données : constante de Stefan-Boltzmann : $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}$; chaleur spécifique du tungstène par unité de masse $C_v = 0,132 Jg^{-1}K^{-1}$; densité du tungstène $\rho = 19,3 g/cm^3$.

Corrigé

(a) La loi de Stefan-Boltzmann met la puissance émise ϕ en relation avec la température T_0 du tungstène :

$$\phi = S \cdot \sigma \cdot T_0^4; \text{ où } S = \pi \cdot d \cdot (d/2+1) = 1.60 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ est la surface du filament.}$$

$$\text{La température } T_0 \text{ est alors donnée par : } T_0 = \left(\frac{\phi}{S \cdot \sigma}\right)^{1/4} = 3240 \text{ K}$$

Il est intéressant de remarquer que cette température est inférieure à la température de fusion du tungstène (3695 K).

(b) La puissance émise correspond à la variation d'énergie du filament et peut être mise en relation avec la baisse de température :

$$\phi(t) = -\frac{dE}{dt} = -\frac{dE}{dT} \frac{dT}{dt}$$

Nous pouvons transformer cette équation en utilisant $\phi = S \cdot \sigma \cdot T^4(t)$; et $\frac{dE}{dt} = C_v \cdot \rho \cdot V$, où $V = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3$ est le volume occupé par le filament. Nous aboutissons ainsi à l'équation différentielle suivante :

$$-C_v \cdot \rho \cdot V \cdot \frac{dT}{dt} = S \cdot \sigma \cdot T^4(t)$$

$$\text{Par séparation des variables, nous obtenons : } -\frac{dT}{T^4} = \frac{S \cdot \sigma}{C_v \cdot \rho \cdot V} dt$$

En intégrant cette expression de t_0 à t , où t_0 correspond à l'instant d'extinction de l'ampoule, nous obtenons :

$$\frac{1}{T^3(t)} - \frac{1}{T_0^3} = \frac{3 \cdot S \cdot \sigma}{C_v \cdot \rho \cdot V} (t - t_0)$$

Où nous avons posé $T(t_0) = T_0$.

Le temps $\Delta t = t - t_0$ cherché est alors trouvé en imposant $T(t) = T_{amp} = 300 \text{ K}$:

$$\Delta t = \frac{C_v \cdot \rho \cdot V}{3 \cdot S \cdot \sigma} \left[\frac{1}{T_{amp}^3} - \frac{1}{T_0^3} \right]$$

L'application numérique donne $\Delta t = 39 \text{ s}$.

BIBLIOGRAPHIE

Ces notes de cours ont été préparées principalement à partir des documents suivants :



1. Battaglia, J.-L., Kusiak, A., Pradere, C., 2020. Introduction Aux Transferts Thermiques-3e éd.: Cours et exercices corrigés. Dunod.
2. Bergman, T.L., Incropera, F.P., DeWitt, D.P., Lavine, A.S., 2011. Fundamentals Of Heat and Mass Transfer. John Wiley & Sons.
3. Cengel, Y.A., Ghajar, A.J., 2007. Heat and Mass Transfer. A Practical Approach.
4. Jannot, Y., 2012. Transferts Thermiques. Ecole des Mines Nancy.
5. Chap. N° 14 Transferts Macroscopiques d'Energie. Cours ; <https://guy-chaumeton.pagesperso-orange.fr/scphysiques2010/tsch14.htm>
6. Hafsaoui, Chapitre2 : Transfert de Chaleur par Conduction en Régime Permanent. 3eme Année Licence Electromécanique. <http://i-hafsaoui.e-monsite.com/medias/files/chapitre2.pdf>
7. Introduction Aux Transferts Thermiques ; cours et exercices corrigés ; Jean-Luc Battaglia ; Andrzej Kusiak ; Jean-Rodolphe Puiggali ; Dunod.
8. Convection Thermique ; Chapitre 3 ; Département génie des procédés ; ISET Kélibia
9. Convection ; Marcel Lacroix ; Université de Sherbrooke ; IMC 220
10. Transmission de Chaleur ; M. Bahrami ; ENSC 388 (F09)
11. Heat Transfer Principals in Electronics Cooling; Chap 8. Forced Convection Heat Transfer; MPE 635:
12. Chapitre 1; Convection Forcée Externe
13. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne ; Exercices De Physique Générale ; Systèmes de Communication ; Quatrième Semestre
14. Phénomène de transfert 8. Convection
15. Phénomènes de Transfert de Chaleur et de Masse ; Prof. H.Hofmann ; LTP, IMX, EPFL ; Matériaux 4ième semestre;
16. Le Rayonnement Thermique ; Chapitre 4 ; MPh 2008-2009
17. Rapide présentation des notions de base sur le rayonnement thermique. Catherine Freydier, ENM/EGM
18. Transferts Thermiques ; Yves Jannot ;2012 ; Ecole des Mines Nancy ; 2ème année